

UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA



**PROJECTO SOLVÊNCIA II – MODELAÇÃO DO RISCO DE SUBSCRIÇÃO NUMA
COMPANHIA DE SEGUROS NÃO VIDA**

Marta Marina dos Santos Delgado

Dissertação apresentada na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade
Nova de Lisboa para obtenção do grau de Mestre em Matemática e Aplicações
- Actuariado, Estatística e Investigação Operacional

Orientador: Professor Doutor Rui Manuel Rodrigues Cardoso

Co-Orientadora: Mestre Maria Teresa Palos Caravina

Júri

Presidente: Professor Doutor Manuel Leote Tavares Inglês Esquível

Vogais: Professor Doutor Alfredo Duarte Egídio dos Reis

Professor Doutor Rui Manuel Rodrigues Cardoso

Mestre Maria Teresa Palos Caravina

Lisboa

Fevereiro de 2011

UNIVERSIDADE NOVA DE LISBOA
FACULDADE DE CIÊNCIAS E TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA

**PROJECTO SOLVÊNCIA II – MODELAÇÃO DO RISCO DE SUBSCRIÇÃO NUMA
COMPANHIA DE SEGUROS NÃO VIDA**

Marta Marina dos Santos Delgado

Dissertação apresentada na Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade
Nova de Lisboa para obtenção do grau de Mestre em Matemática e Aplicações
- Actuariado, Estatística e Investigação Operacional

Orientador: Professor Doutor Rui Manuel Rodrigues Cardoso

Co-Orientadora: Mestre Maria Teresa Palos Caravina

Júri

Presidente: Professor Doutor Manuel Leote Tavares Inglês Esquível

Vogais: Professor Doutor Alfredo Duarte Egídio dos Reis

Professor Doutor Rui Manuel Rodrigues Cardoso

Mestre Maria Teresa Palos Caravina

Lisboa

Fevereiro de 2011

“Copyright” em nome de Marta Marina dos Santos Delgado, da FCT/UNL e da UNL: “A Faculdade de Ciências e Tecnologia e a Universidade Nova de Lisboa têm o direito, perpétuo e sem limites geográficos, de arquivar e publicar esta dissertação através de exemplares impressos reproduzidos em papel ou de forma digital, ou por qualquer outro meio de conhecido que venha a ser inventado, e de a divulgar através de repositórios científicos e de admitir a sua cópia e distribuição com objectivos educacionais ou de investigação, não comerciais, desde que seja dado crédito ao autor e editor”.

AGRADECIMENTOS

Aos meus orientadores, Professor Doutor Rui Cardoso e Dra. Teresa Caravina pelo apoio ao desenvolvimento deste trabalho, por todos os conselhos e recomendações e pela imprescindível e incansável dedicação.

Ao Professor Doutor Frederico Caeiro pela sua ajuda e colaboração na fase inicial deste projecto.

À Administração e ao Gabinete de Estatística e Actuariado da Companhia de Seguros que integro, agradeço a oportunidade que me foi dada de realizar um estágio que me permitiu adquirir conhecimentos imprescindíveis à realização desta dissertação.

Um especial agradecimento aos meus pais, por todo o apoio e incentivo que me deram durante a realização deste projecto e por nunca me terem deixado desistir.

Ao meu avô, por me ter inculcido o gosto pela Matemática.

Aos meus amigos, pela compreensão da minha ausência. Em especial agradeço à Ana Brito pela sua amizade, paciência e disponibilidade.

A todos aqueles que não nomeio mas que também tornaram possível este trabalho.

RESUMO

O Projecto Solvência II surge associado à necessidade de salvaguardar as garantias e os direitos dos segurados, pelo que cria regras de cálculo dos requisitos de capital necessários para garantir, com uma elevada probabilidade, o cumprimento das suas responsabilidades, tendo em conta os diversos riscos a que as Companhias de Seguros se encontram expostas, reduzindo a probabilidade de insolvência. É um projecto em constante evolução e que assenta em três pilares: I - Requisitos Quantitativos de Capital, II - Processo de Revisão e Supervisão (Requisitos Qualitativos) e III - Apresentação e Divulgação de informação.

O objectivo da presente dissertação é desenvolver um modelo interno parcial que modela exclusiva e parcialmente o Risco de Subscrição do Ramo Automóvel de uma Companhia de Seguros Não Vida. Com base na informação histórica da Companhia e recorrendo a modelos estatísticos e/ou estocásticos e a duas medidas de risco *Value at Risk* (VaR) e *Tail Value at Risk* (TVaR) é calculado o capital a alocar a parte do risco de subscrição relativo à provisão para prémios e provisão para sinistros. Para quantificar o risco de insuficiência dos prémios foi utilizado um modelo matemático baseado numa mistura de três distribuições, enquanto que, ao nível dos sinistros, foi utilizado o Método *Bootstrap*, tendo como base uma versão estocástica do Método *Chain-Ladder*.

É ainda efectuada uma breve alusão aos Estudos de Impacto Quantitativo – QIS, dando especial ênfase ao mais actual estudo desta natureza, QIS 5.

Palavras-Chave: Projecto Solvência II, Risco de Subscrição, Companhia de Seguros, Provisões Técnicas.

ABSTRACT

The Solvency II Project is associated to the need of protecting the guarantees and rights of the insured clients, creating rules for the calculation of capital requirements needed to ensure with a high probability the fulfillment of insurance companies' undertakings, taking into consideration the various risks these companies are exposed to, and reducing their probability of insolvency. This is a project in a constant evolution and it is divided in three pillars: I –Quantitative Capital Requirement, II – Supervisory and Review Process (qualitative requirements), III – Reporting and disclosure of information.

The aim of the present dissertation is to develop a partial internal model which exclusively and partially models the underwriting risk of a non-life insurance company.

Based on the historical information of the company and using either statistical or stochastic models, or both, and also two measures of risk *Value at Risk* (VaR) and *Tail Value at Risk* (TVaR) the capital to be allocated to the part of undertaking risk in respect of the provision for premiums and provision for damages is calculated. To quantify the risk of insufficiency of the provision for premiums was used a mathematical model based in a mixture of three distributions. For the risk of insufficiency of the provision for damages was used the Method Bootstrap, having as base a random version of the Chain-Ladder Method.

A short reference is also made to “QIS-Quantitative Impact Studies”, giving special emphasis to the most current study of this nature, QIS 5.

Keywords: Solvency II Project, Underwriting Risk, Insurance Company, Technical Provisions.

Índice

AGRADECIMENTOS.....	iii
RESUMO.....	v
ABSTRACT	vi
ÍNDICE DE FIGURAS.....	xi
ÍNDICE DE QUADROS.....	xii
GLOSSÁRIO DE ABREVIATURAS	xiii
1 INTRODUÇÃO E OBJECTIVOS.....	1
2 ACTIVIDADE SEGURADORA	5
2.1 A Actividade Seguradora em Portugal.....	5
2.2 Factores de Risco	7
2.2.1 Risco de Subscrição	8
2.2.2 Risco de Crédito	9
2.2.3 Risco de Mercado	10
2.2.4 Risco Operacional.....	11
2.2.5 Risco de Liquidez.....	12
2.3 Medidas de Risco.....	13
2.4 Provisionamento.....	15
2.4.1 Provisão para Sinistros	16
2.4.2 Provisão para Prémios Não Adquiridos (PPNA).....	17
2.4.3 Provisão para Desvios de Sinistralidade	18
2.4.2 Provisão para Riscos em Curso (PREC).....	18
2.5 Metodologias de Estimação da Provisão para Sinistros	19
2.5.1 Método <i>Chain-Ladder</i>	21
2.5.2 Método <i>Bootstrap</i>	25
3 PROJECTO SOLVÊNCIA II	31
3.1 Pilar I - Requisitos Quantitativos de Capital.....	33
3.2 Pilar II - Processo de Revisão e Supervisão	39
3.3 Pilar III - Apresentação e Divulgação de Informação	39
3.4 Estudos de Impacto Quantitativo (QIS)	40
3.4.1 Quantitative Impact Study 1	40
3.4.2 Quantitative Impact Study 2	41
3.4.3 Quantitative Impact Study 3	43

3.4.4 Quantitative Impact Study 4	44
3.4.5 Quantitative Impact Study 4 bis.....	46
3.4.6 Quantitative Impact Study 5	47
4 MODELO INTERNO PARCIAL	53
4.1 – Risco de Insuficiência dos Prémios	54
4.1.1 – Função de Probabilidade para o Número de Sinistros (N)	55
4.1.2 – Função Distribuição para as Indemnizações Individuais (X_i)	58
4.1.2.1 – Modelos Desenvolvidos.....	60
4.1.3 – Determinação do Capital a Alocar ao Risco de Insuficiência dos Prémios	63
4.2 – Risco de Reserva	64
4.2.1 – Aplicação do Método <i>Bootstrap</i>	64
4.3 – Comparações Finais.....	71
5 CONSIDERAÇÕES FINAIS	73
BIBLIOGRAFIA.....	75
ANEXO A – Códigos utilizados	81
ANEXO B – Modelos	85
ANEXO C – Verificação dos Pressupostos da Metodologia <i>Chain-Ladder</i>	91
ANEXO D - Resíduos	95

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1 - Representação Gráfica das medidas de risco VaR e $TVaR$ (Fonte: MARKT/2534/06)	14
Figura 2 - Ilustração da PPNA	17
Figura 3 – Metodologia Bootstrap – Aplicação às Provisões para Sinistros. (Fonte: Pinheiro(1999))	27
Figura 4 – Evolução do Processo Legislativo Comunitário. (Fonte: APS)	31
Figura 5 – Os três pilares do Projecto Solvência II. (Fonte: Novo, 2008)	33
Figura 6- O Balanço em Solvência II (Fonte: Borginho 2010)	34
Figura 7 – Categorização dos FP de acordo com os princípios base. (Fonte: Borginho 2010)	38
Figura 8 – Módulos de Risco para o cálculo do SCR (QIS 2) (Fonte: CEIOPS)	42
Figura 9 – Módulos de Risco para o cálculo do SCR (QIS 3) (Fonte: CEIOPS)	44
Figura 10 – Módulos de Risco para o cálculo do SCR (QIS 4) (Fonte: CEIOPS)	46
Figura 11 – Módulos de Risco para o cálculo do SCR (QIS 5) (Fonte: CEIOPS)	49
Figura 12 – Gráfico da função densidade do logaritmo da amostra.	59
Figura 13 – Gráfico da f.d empírica com a f.d. ajustada (tracejado).	61
Figura 14 – Função de distribuição empírica das provisões simuladas	69
Figura 15 – Gráfico ilustrativo da f.d empírica com a f.d. ajustada (tracejado) do Modelo: <i>t-Student + t-Student + Pareto</i>	86
Figura 16 – Gráfico ilustrativo da f.d empírica com a f.d. ajustada (tracejado) do Modelo: <i>Normal + Normal + Pareto Generalizada</i>	87
Figura 17 – Gráfico ilustrativo da f.d empírica com a f.d. ajustada (tracejado) do Modelo <i>Normal+Normal+Pareto</i>	88
Figura 18 – Gráfico ilustrativo da f.d empírica com a f.d. ajustada (tracejado) do Modelo: <i>Normal + Normal + Normal + Pareto</i>	89
Figura 19 – Ajustamento dos dados aos factores de desenvolvimento fk	92
Figura 20 – Resíduos Ponderados.....	94
Figura 21 – Resíduos Originais por Ano de Desenvolvimento.	95
Figura 22 – Resíduos Estandarizados por Ano de Desenvolvimento.	95

ÍNDICE DE QUADROS

Quadro 1 – Evolução do Mercado Português no Triénio 2007-2009. (Fonte: Plano do Mercado Segurador (09/10)).....	6
Quadro 2 – Mercados de Seguros na União Europeia (Fonte: Swiss Re)	7
Quadro 3 – Triângulo de Informação Histórica - Acumulado	19
Quadro 4 – Triângulo dos Montantes Pagos Ajustados (Cumulativo)	28
Quadro 5 - Classificação dos Fundos Próprios (Fonte: Borginho 2010)	37
Quadro 6 - Matriz de Correlação utilizada no cálculo do BSCR (QIS 5) (Fonte: CEIOPS) ...	50
Quadro 7 – Teste do Qui-Quadrado para a hipótese $H_0: N \sim \text{Poisson} \lambda$ ao Número de Sinistros.....	56
Quadro 8 – Teste do Qui-Quadrado para a hipótese $H_0: N \sim \text{Binomial Negativa } \alpha, p$ ao Número de Sinistros	57
Quadro 9 – Resultados dos ajustamentos efectuados ao Número de Sinistros	57
Quadro 10 – Teste do Qui-Quadrado para a hipótese $H_0: X \sim F(x)$	62
Quadro 11 – Valores das medidas de risco VaR e $TVaR$ obtidas pelo Modelo: <i>Normal + Normal + Normal</i>	63
Quadro 12 – Triângulo dos Montantes Pagos do Ramo Automóvel - acumulado (u.m.)	65
Quadro 13 – Triângulo obtido através da aplicação do Método <i>Chain-Ladder</i> (u.m.).....	66
Quadro 14 – Triângulo dos Montantes Pagos Ajustados - incremental (u.m.)	66
Quadro 15 – Triângulo dos Resíduos Originais.....	67
Quadro 16 – Triângulo dos Resíduos Estandarizados	67
Quadro 17 – Triângulo <i>Bootstrap</i> e respectiva pseudo-reserva– Exemplo (u.m.).....	68
Quadro 18 – Resultados da Aplicação do Teste de <i>Kolmogorov-Smirnov</i>	69
Quadro 19 – Resultados finais da aplicação do M. <i>Bootstrap</i> (u.m.)	70
Quadro 20 – Valores das medidas de risco VaR e $TVaR$	70
Quadro 21 – Comparação dos valores Provisionados (u.m.)	71
Quadro 22 – Coeficientes de correlação de <i>Spearman</i>	91

GLOSSÁRIO DE ABREVIATURAS

Actuário – do latim *actuarius* “escrivão”. Técnico especializado na aplicação de cálculos estatísticos e matemáticos a operações financeiras, especialmente no estabelecimento e gestão de regimes de pensões e seguros.

APS – Associação Portuguesa de Seguradores.

BSCR – *Basic Solvency Capital Requirement* – requisitos base de capital de solvência onde, segundo o novo modelo de solvência, estão incluídos o risco de Mercado, o risco de Seguros de Doença, o risco de Crédito da Contraparte, o risco de Seguros de Vida, o risco de Seguros Não Vida e o risco dos Activos Intangíveis.

CEIOPS – *Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors* - Conferência das Autoridades de Supervisão da União Europeia. Deu origem ao actual EIOPA - *European Insurance and Occupational Pensions Authority*.

Contraparte – é um participante num negócio. Um negócio tem várias partes (participantes) que efectuam o negócio entre si, sendo cada um deles contraparte de todos os outros;

Companhia de Seguros, Empresa de Seguros, Seguradora – Entidade legalmente autorizada a exercer a Actividade Seguradora e que subscreve, com o Tomador de Seguro, o contrato de seguro.

Cash Flow - termo que se refere a um determinado montante de dinheiro que é recebido e/ou pago por um negócio durante um determinado período de tempo (por exemplo, pode ser utilizado para determinar problemas de liquidez, para avaliar a rentabilidade de um negócio, etc.).

Margem de Solvência - garante a equivalência entre o valor global das provisões técnicas e o montante que a empresa de (res)seguros teria normalmente que pagar hoje se transferisse imediatamente os seus direitos e obrigações contratuais para outra empresa, ou seja, representa o custo adicional, acima da melhor estimativa, da mobilização do capital necessário para sustentar as obrigações de (res)seguro durante toda a vigência da carteira.

MCR – *Minimum Capital Requirement* – Nível mínimo absoluto de capital a deter pelas Seguradoras.

Medida de risco (*Risk Measure*) – No contexto da presente dissertação, é um indicador numérico que pode ser usado para calcular o requisito de capital de uma Companhia de Seguros. Uma medida de risco é uma função da distribuição de probabilidade dos custos agregados.

Modelo interno – Quantificação avançada de riscos, elaborada internamente pela própria Seguradora, a partir de metodologias, hipóteses e dados históricos da própria Companhia.

QIS – *Quantitative Impact Study*.

Risco – É a possibilidade de ocorrência de um acontecimento fortuito, súbito e imprevisto, de verificação incerta e/ou em data incerta contra a qual se pretende celebrar o contrato de seguro para reparar ou compensar os prejuízos que dele possam resultar. O risco é a expectativa de sinistro. Sem risco não pode haver contrato de seguro.

SCR – *Solvency Capital Requirement* ou Capital Objectivo – É o montante de capital a ser detido, tendo em consideração os riscos assumidos pela Seguradora, sendo esta condição necessária, imposta pelo supervisor à obtenção da licença do exercício da actividade ou a continuar a exercer a Actividade Seguradora.

Segurado – Pessoa singular ou colectiva no interesse da qual o contrato de seguro é celebrado, ou a pessoa (pessoa segura) em relação à qual a Seguradora assume a responsabilidade de determinados riscos.

Seguro – Operação pela qual o Tomador de Seguro, mediante o pagamento de um prémio, obtém a promessa, dentro do enquadramento definido pela lei ou pelo contrato, de uma prestação por parte da Seguradora em caso de sinistro.

Sinistro – Qualquer acontecimento de carácter fortuito, súbito e imprevisto, susceptível de fazer funcionar as garantias de um ou mais contratos de seguro. A variável sinistro é aleatória em relação à sua ocorrência e, naquelas carteiras em que são previstas perdas parciais, é aleatória também em relação ao seu valor.

Solvência de uma Seguradora – É a capacidade da Seguradora honrar os seus compromissos futuros. De forma mais objectiva, uma Seguradora será considerada solvente se o fluxo de receitas futuras adicionado à sua Margem de Solvência ultrapassar o fluxo de pagamentos futuros.

Subscrição – Acto pelo qual a Seguradora assume a garantia de um risco.

Tarifa – Designação dada ao quadro de prémios ou de taxas de prémio a aplicar aos riscos a segurar e ao conjunto de condições de subscrição de um dado ramo.

Tomador do Seguro – A pessoa ou entidade que contrata com a Seguradora, sendo responsável pelo pagamento dos prémios. Normalmente é a mesma pessoa que o *Segurado*.

TVaR – Tail Value at Risk – Valor esperado da reserva, sabendo que esta é superior ao *VaR* correspondente. (Ver *VaR*).

VaR – Value at Risk – Medida de risco definida como o percentil de uma distribuição de probabilidade, que identifica o capital que uma seguradora deverá ter em reserva para que esta não atinja a insolvência.

1 INTRODUÇÃO E OBJECTIVOS

No Sector Segurador, ao contrário do que se passa nos restantes sectores, o cliente (tomador de seguro) paga, no início do contrato, um montante previamente definido (prémio) para que este cubra, em caso de ocorrência de sinistro, os danos por este causados. Como tal, é necessário garantir a solidez financeira das Companhias de Seguros, para que estas sejam capazes de honrar os compromissos assumidos perante os tomadores de seguro.

Apesar da sua natureza empresarial, a Actividade Seguradora intervém, de uma forma extremamente relevante, em variadas áreas de interesse social, nomeadamente na protecção de pessoas e bens e na gestão segura das poupanças dos segurados.

Esta actividade é usualmente dividida em dois sectores: Ramo dos Seguros Vida e Ramo dos Seguros Não Vida. Devido às grandes diferenças existentes entre eles, são geralmente estudados em separado.

O Projecto Solvência II surge associado à necessidade de assegurar as garantias e os direitos dos segurados, bem como determinar o requisito de capital suficiente para fazer face aos compromissos assumidos pelas Companhias de Seguros, tendo em conta os diversos riscos a que estas se encontram expostas. É considerado um grande desafio para a Actividade Seguradora e deve ser encarado, não como um obstáculo, mas sim como uma oportunidade de proporcionar uma melhor gestão do negócio, na tentativa de atingir um ponto de equilíbrio entre a rentabilidade do sector e a protecção dos direitos/interesses dos segurados.

Com o intuito de introduzir factores de natureza qualitativa e quantitativa, assim como garantir uma maior divulgação de informação por parte das seguradoras, este projecto tem como principal objectivo a criação e implementação de um modelo que permita não só calcular os requisitos de solvência, assim como determinar o capital adequado que cada Companhia de Seguros deverá deter. É também responsável por incentivar a inovação na Actividade Seguradora e a sua competitividade, na medida em que poderão ser criadas novas coberturas de risco.

Em termos estruturais, o Projecto Solvência II encontra-se dividido em três pilares, onde os dois primeiros dizem respeito aos requisitos de capital, quantitativos e qualitativos, respectivamente, e o terceiro engloba a disciplina de mercado, fomentando a divulgação de informação e transparência de cada Companhia de Seguros.

A presente dissertação encontra-se dividida em cinco capítulos, onde são abordados alguns aspectos relativos aos Ramos Não Vida do Sector Segurador. É dado especial enfoque ao Risco de Subscrição, nomeadamente ao cálculo do capital a alocar aos riscos de insuficiência de prémio e de reserva do Ramo Automóvel de uma Companhia de Seguros fictícia.

Iniciámos este estudo fazendo uma pesquisa bibliográfica e sitográfica, pelo que foram efectuadas diversas leituras preparatórias no sentido de obtermos mais informação sobre o tema em análise. Realizámos primeiramente uma breve investigação sobre o impacto do Projecto Solvência II na Actividade Seguradora, tendo, de seguida, dado lugar a uma interpretação sumária da legislação em vigor. Por se ter revelado um processo essencial à realização deste trabalho, todos os documentos consultados são enunciados na bibliografia, independentemente de serem referenciados ou não ao longo do texto.

Após uma breve introdução à temática em estudo, inserida no contexto da Actividade Seguradora, no capítulo dois é feito um breve enquadramento da Actividade Seguradora em Portugal e são apresentados os factores de risco a que uma Companhia de Seguros se encontra exposta, assim como as garantias financeiras que as mesmas devem deter. São ainda descritas, neste capítulo, as medidas de risco utilizadas na componente prática deste trabalho, o VaR e o $TvaR$ e as metodologias consideradas na estimação da Provisão para Sinistros.

No capítulo três é feita uma análise geral sobre o Projecto Solvência II, apresentando alguns conceitos relevantes para uma melhor compreensão e enquadramento deste tema. Nele são definidos os três pilares deste e enunciados os estudos de impacto quantitativo (QIS) ocorridos até à data, incluindo o mais recente estudo desta natureza, que decorreu entre os meses de Agosto e Novembro do ano de 2010. Estes estudos constituem uma oportunidade única para as empresas de seguros, permitindo uma adaptação gradual ao novo regime de solvência em desenvolvimento, que irá ter um carácter obrigatório a partir do próximo ano 2012 ou 2013.

No quarto capítulo é apresentado um modelo interno parcial para uma Companhia de Seguros fictícia que explora unicamente os ramos Não Vida. São apresentados e comparados os resultados obtidos através da aplicação dos novos critérios propostos pelo novo regime de solvência ao Ramo Automóvel da mesma.

De acordo com os objectivos gerais deste estudo, no último capítulo são apresentadas as conclusões da interpretação dos resultados obtidos no capítulo anterior e sugeridos alguns temas passíveis de serem desenvolvidos no futuro. Por fim apresentamos as referências

bibliográficas que deram suporte ao trabalho realizado bem como os anexos com informações complementares dos aspectos abordados.

2 ACTIVIDADE SEGURADORA

Para que haja uma garantia mais efectiva de que as Companhias de Seguros irão ter capacidade financeira para honrar os seus compromissos, está em curso o Projecto Solvência II, apresentado com o devido detalhe no Capítulo 3, que, segundo *Pasoris (2007/08)*, deve ser encarado pelo Sector Segurador, não como um novo fardo regulamentar, mas sim como uma oportunidade para consolidar conhecimentos sobre os riscos inerentes à actividade e para incorporar na gestão corrente das Companhias as mais avançadas práticas ao nível da gestão desses riscos.

Neste capítulo iremos fazer um breve enquadramento da Actividade Seguradora em Portugal, recorrendo a comparações pontuais com o panorama do Mercado Europeu. Serão também apresentados os factores de risco a que esta actividade está sujeita, bem como as respectivas medidas de risco utilizadas para quantificar os mesmos. Por fim, iremos fazer uma breve descrição das provisões técnicas que cada Empresa de Seguros deverá possuir e apresentar, sumariamente, as metodologias consideradas na estimação destas.

2.1 A Actividade Seguradora em Portugal

Nesta secção, iremos ter em consideração os resultados expostos no Panorama do Mercado Segurador (09/10) disponibilizado pela APS – Associação Portuguesa de Seguradores – pelo que, para um maior detalhe sobre os mesmos, aconselha-se a sua leitura integral, uma vez que apenas serão focados os pontos essenciais à compreensão do panorama do Mercado Segurador Português.

Durante vários anos, o Sector Segurador em Portugal registou um crescimento constante, tendo conseguido demonstrar um carácter sólido e relativamente estável, tanto ao nível do número de companhias, como em número de empregados e agentes. Contudo, a crise financeira mundial que se iniciou em 2008, teve um impacto significativo no Mercado Português¹, pelo que, devido à implementação do Plano de Estabilidade e Crescimento (PEC) acrescido de medidas adicionais no âmbito financeiro, irá ser observado, nos próximos anos, um abrandamento do sector.

¹ O impacto da crise financeira foi sentido com maior incidência no domínio da valorização dos activos.

A produtividade deste sector depende de várias componentes, tais como: os prémios brutos emitidos (seguro directo e resseguro aceite), o número médio de trabalhadores, os custos de exploração líquidos de resseguro, variados gastos tanto ao nível de formação dos trabalhadores como em tecnologias de informação e massa salarial, excluindo custos com pensões.

No Quadro 1, são apresentados os resultados do Mercado Português no último triénio (2007-2009), onde é notória uma diminuição na produção do ano de 2009 face ao período homólogo, associada ao clima de crise financeira mundial. É ainda evidente um maior peso de produção do Ramo Vida comparativamente aos Ramos Não Vida.

Quadro 1 – Evolução do Mercado Português no Triénio 2007-2009. (Fonte: Plano do Mercado Segurador (09/10))

> GRANDES AGREGADOS	2007	2008	2009	+08/07	+09/08
Número de Companhias	83	85	87	2,4%	2,4%
Número de Empregados	11.295	11.307	11.270	0,1%	-0,3%
Número de Mediadores	25.947	27.424	27.139	5,7%	-1,0%
Activo Líquido	55.307	54.175	60.393	-2,0%	11,5%
Activos de Investimento	52.303	50.690	57.102	-3,1%	12,6%
Capitais Próprios (Sít. Líquida)	3.893	3.070	4.189	-21,1%	36,5%
Produção de Seguro Directo	13.751	15.326	14.515	11,5%	-5,3%
Ramo Vida	9.369	11.005	10.384	17,5%	-5,6%
Ramos Não Vida	4.382	4.321	4.132	-1,4%	-4,4%

Num contexto Europeu, o mercado Português encontra-se relativamente perto do meio da tabela de ordenação do *ranking*, sendo que, no que diz respeito ao rácio entre os prémios e o PIB², no final do ano 2009, Portugal foi o 6º maior entre os 27 mercados da União Europeia, tendo à sua frente apenas países como a Holanda, o Reino Unido, a França, a Dinamarca e a Finlândia, tal como é possível observar no Quadro 2, onde os valores apresentados estão em USD - *United States Dollar*.

² Produto Interno Bruto – representa a soma de todos os bens e serviços finais produzidos num país e/ou região, durante um determinado período de tempo.

Quadro 2 – Mercados de Seguros na União Europeia (Fonte: Swiss Re)

	Prémios per capita						Prémios / PIB					
	Vida		Não Vida		Total		Vida		Não Vida		Total	
	2008	2009	2008	2009	2008	2009	2008	2009	2008	2009	2008	2009
Reino Unido	5.582	3.528	1.276	1.051	6.858	4.579	12,8%	10,0%	2,9%	3,0%	15,7%	12,9%
França	2.792	2.980	1.339	1.289	4.131	4.269	6,2%	7,2%	3,0%	3,1%	9,2%	10,3%
Alemanha	1.347	1.360	1.573	1.519	2.919	2.878	3,0%	3,3%	3,5%	3,7%	6,6%	7,0%
Itália	1.342	1.878	921	851	2.264	2.729	3,5%	5,3%	2,4%	2,4%	5,9%	7,8%
Holanda	2.366	2.046	4.484	4.509	6.850	6.555	4,5%	4,2%	8,5%	9,3%	12,9%	13,6%
Espanha	858	853	1.051	949	1.909	1.802	2,4%	2,7%	3,0%	3,0%	5,4%	5,7%
Portugal	1.524	1.357	598	549	2.122	1.906	6,6%	6,3%	2,6%	2,6%	9,2%	8,9%
TOTAL UE (27)	1.927	1.720	1.135	1.055	3.061	2.775	5,2%	5,2%	3,1%	3,2%	8,3%	8,4%

2.2 Factores de Risco

Uma vez que as Companhias de Seguros se encontram expostas a diversos riscos e que, em muitos casos, a má gestão dos mesmos é a razão de falência de muitas delas, surge uma necessidade de se agruparem e classificarem os factores de risco, de maneira a que seja possível dar resposta à principal questão colocada tanto a Seguradoras como a Supervisores:

“Quais os riscos que mais influenciam a posição financeira de uma Seguradora?”

Nesta secção, serão apresentadas as cinco maiores classes de risco que devem ser tidas em conta para o cálculo dos requisitos de capital de uma Companhia de Seguros que explora os Ramos Não Vida.

2.2.1 Risco de Subscrição

O Risco de Subscrição é considerado como o risco que resulta da subscrição dos contratos de seguro que cada Companhia de Seguros realiza, bem como a todas as coberturas que estes oferecem, tendo em conta a natureza e particularidade de cada tipo de negócio.

Uma vez que cada Companhia tem condições específicas de tarifa e diferentes critérios de subscrição, torna-se evidente que este tipo de risco tenha um grau de importância variado, na medida em que duas situações idênticas podem resultar em duas análises distintas.

As principais componentes deste tipo de risco são: a volatilidade, os fenómenos catastróficos, a incerteza de nível e a incerteza de tendências, sendo a incerteza de nível associada à estimação incorrecta dos pressupostos considerados para os anos futuros. A incerteza de tendência está relacionada com a dificuldade de avaliar de forma correcta a futura direcção dos pressupostos assumidos. Na volatilidade do risco estão representadas as flutuações dos *cash-flows*³ futuros em torno do valor estatístico médio, sendo que, em casos de eventos extremos (catastróficos), poderão existir elevados desvios positivos do valor estatístico médio. Assim, o risco catastrófico é associado às perdas resultantes de acontecimentos extremos ou com carácter irregular.

É usual encontrar o Risco de Subscrição subdividido em:

- Risco de Reserva (*Reserve Risk*);
- Risco de Prémio (*Premium Risk*);

O Risco de Reserva é visto como o risco associado aos pagamentos a efectuar por sinistros relativos às coberturas subscritas. Se por um lado há uma necessidade de garantir que o nível global de provisões técnicas reflecta o verdadeiro valor esperado das perdas totais, de forma a evitar que o valor dos pagamentos futuros com sinistros seja subestimado, por outro, é necessário ter em conta que devido à natureza estocástica dos *cash-flows* futuros, os *cash-flows* reais irão flutuar em torno do valor estatístico médio.

³ Representa o saldo entre as entradas e saídas de capital de uma empresa, num determinado período de tempo.

Quando é emitida uma apólice de seguro, esta, automaticamente, traz associado o risco de que o volume de prémios pagos não seja suficiente para cobrir os custos dos eventuais sinistros, acrescidos de todas as despesas inerentes ao contrato subscrito. É neste contexto que surge o Risco de Prémio, ou seja, este risco está associado aos pagamentos a efectuar com futuros sinistros no âmbito dos contratos existentes, renovações e ainda possíveis novos negócios, desde que realizados dentro do horizonte temporal considerado.

Dentro destes dois tipos de riscos apresentados, estão incluídos os eventos catastróficos que, de maneira a que os mesmos possam ser quantificados, são usualmente definidos diversos cenários. Estes cenários têm em conta as características específicas do mercado e podem ser definidos pelo supervisor local. São exemplo destes cenários os eventos meteorológicos e geológicos, acidentes industriais, ataques terroristas, falência dos resseguradores, etc.

2.2.2 Risco de Crédito

O Risco de Crédito advém da incapacidade ou falta de vontade por parte de segurados, resseguradores, corretores ou qualquer outra entidade emissora, em cumprir a totalidade das suas obrigações contratuais. De acordo com o enunciado em *J.P. Morgan (1997)*, este risco pode ser medido através da análise de quatro factores:

1. Qualidade actual do crédito da contraparte, medido através da sua notação de risco, *rating*⁴;
2. Matriz de probabilidades de transição de *rating*, isto é, da possibilidade de num dado horizonte temporal a contraparte mudar de classe de *rating*;
3. Taxa de recuperação de crédito em caso de ocorrência de incumprimento;
4. Taxas de actualização do activo sem risco e *credit spreads*⁵ exigidos para o horizonte de pagamento dos *cash-flows*.

⁴ Termo utilizado para designar a classificação de uma empresa/instituição em termos de risco de crédito, tendo em conta a sua situação económica e financeira.

⁵ Taxa de rendimento suplementar que uma empresa tem de oferecer pelo facto de o seu crédito ser inferior ao crédito das obrigações governamentais.

Este risco encontra-se subdividido em várias categorias: Risco Directo de Incumprimento, Risco de Redução de Mitigação, Risco de Crédito Indirecto, Risco de Regularização/Liquidação, Risco Soberano, Risco de Concentração e Risco da Contraparte. O Risco de Incumprimento dos Resseguradores é contudo, a principal componente do Risco de Crédito, na medida em que em caso de falência dos mesmos, a Companhia de Seguros poderá sofrer grandes perdas financeiras.

2.2.3 Risco de Mercado

O Risco de Mercado é definido como sendo a possibilidade de ocorrência de perdas resultantes da volatilidade do preço dos activos e dos passivos, pelo que depende fortemente das taxas de juro e de câmbio em vigor, assim como do factor de concentração – os activos devem ser suficientemente diversificados a nível geográfico, de forma a garantir que as responsabilidades assumidas na celebração dos contratos de seguro sejam satisfeitas.

É relevante a existência de uma reflexão prévia dos investimentos feitos com o intuito de minimizar o risco e maximizar a rendibilidade dos mesmos. Contudo, é um risco que só pode ser devidamente quantificado se tanto o valor de mercado dos activos como o valor das responsabilidades for medido adequadamente. Devido à ausência de um mercado real para as responsabilidades de uma Companhia de Seguros, é usual recorrer-se à aproximação do valor de mercado das responsabilidades da mesma, através de técnicas de mercado (*fair value*).

No N.º 5 do Artigo 105.º da Directiva 2009/138/CE⁶ são definidas as principais componentes do Risco de Mercado, que passamos a citar:

- Risco de Taxa de Juro – visa reflectir a sensibilidade do valor dos elementos do activo e do passivo e dos instrumentos financeiros a alterações na estrutura temporal das taxas de juro ou na volatilidade das taxas de juro;
- Risco Accionista – visa capturar as perdas resultantes da queda do nível dos preços de mercado das acções, bem como de variações na sua volatilidade;

⁶Proposta de Directiva do Parlamento Europeu e do Conselho aos Seguros de Vida e Não Vida, ao Acesso à Actividade de Seguros e Resseguros e ao seu Exercício (Solvência II).

- Risco Imobiliário – visa capturar as perdas resultantes da queda do nível dos preços de mercado dos imóveis;
- Risco de Spread – visa reflectir a sensibilidade do valor dos elementos do activo e do passivo e dos instrumentos financeiros a alterações no nível da volatilidade dos *spreads* de crédito ao longo da estrutura temporal das taxas de juro sem risco;
- Risco Cambial – visa reflectir a sensibilidade do valor dos elementos do activo e do passivo e dos instrumentos financeiros a alterações no nível ou na volatilidade das taxas de câmbio;
- Risco de Concentração – visa capturar os riscos adicionais decorrentes quer da insuficiente diversificação da carteira de activos, quer de uma importante exposição ao risco de incumprimento por parte de um único emitente de valores mobiliários ou de um grupo de emitentes coligados.

2.2.4 Risco Operacional

O Risco Operacional foi inicialmente definido em termos complementares, ao nível do sector bancário, como abrangendo todos os riscos à excepção dos riscos de mercado, de crédito e de subscrição. Nele estão incluídos os riscos legais, não contemplando os riscos resultantes de decisões estratégicas e o risco de reputação.

Está associado a todo o tipo de falhas humanas como os actos fraudulentos e/ou erros, aos processos quando incorrectamente definidos e/ou executados, aos erros nos sistemas informáticos utilizados pelas Companhias (perdas de informação e falhas técnicas) e aos factores externos (actos fraudulentos por parte de segurados ou terceiros e actos terroristas).

Apesar de muitas falências do Sector Segurador estarem associadas ao Risco Operacional, são poucas as seguradoras que tentam quantificar e incorporar nos seus

modelos internos este tipo de risco, pois para além de implicar uma correlação com os restantes riscos, é extremamente difícil quantificar essa mesma correlação.

Ainda assim, quando incluído nos modelos internos das Companhias de Seguros, devem ser tidos em consideração alguns aspectos, enunciados na Circular nº 7/2009 de 23 de Abril do ISP:

- Realização de um levantamento dos processos internos da empresa de seguros, assim como dos riscos e controlos associados e respectiva sistematização;
- Registo dos eventos ocorridos que estejam relacionados com riscos operacionais, atribuindo-lhes as perdas associadas;
- Implementação de um sistema de alertas que, com base nos níveis de tolerância ao risco e outros limites predefinidos, permita uma intervenção oportuna e eficaz no sentido de corrigir potenciais situações de risco.

2.2.5 Risco de Liquidez

O Risco de Liquidez analisa todo o processo de perdas resultantes de situações onde não existam activos líquidos para cumprir com as obrigações assumidas pela Companhia de Seguros perante os seus segurados.

É um risco que está fortemente relacionado com a indústria financeira e no caso particular do Sector Segurador é considerado como a “exposição a perdas”. Por exemplo, em casos em que os activos líquidos que usualmente suportam as responsabilidades das apólices sejam insuficientes para satisfazer os *cash-flows* necessários para dar resposta às obrigações para com os segurados, aquando do vencimento das mesmas.

Quando uma empresa tem que vender antecipada ou inesperadamente os seus activos por um valor muito baixo com vista a satisfazer os seus compromissos, significa que está a enfrentar uma situação de falta de liquidez. Assim, considera-se

que o perfil de liquidez de uma empresa é função dos seus activos e responsabilidades.

2.3 Medidas de Risco

Uma medida de risco, no presente contexto, é definida como sendo uma função que, para um dado tipo de risco, atribui um montante de requisito de capital a uma distribuição de lucros e perdas. Ou seja, quantifica a exposição ao risco.

Na Actividade Seguradora, assim como na Actividade Financeira, as medidas de risco mais utilizadas são o *Value-at-Risk* e o *Tail-Value-at-Risk*, que iremos designar de *VaR* e *TVaR*, respectivamente, no decorrer deste trabalho.

Segundo *Panjer* (2002), o *VaR* é o montante de capital que uma seguradora deverá ter em reserva por forma a garantir, com elevados níveis de confiança, que a mesma não tenha que pagar uma indemnização superior a esse capital e, consequentemente, não se torne tecnicamente insolvente. Esta informação é fundamental para o planeamento das reservas financeiras da Seguradora. Contudo, ignora um aspecto importante: caso a indemnização a pagar ultrapasse o capital de reserva, não é possível determinar esse excesso.

Assim, com o intuito de se obter a ordem de grandeza do valor que irá ficar em dívida, surge uma nova medida de risco, o *TVaR*. Esta medida corresponde ao valor esperado da variável sabendo que esta ultrapassou o *VaR* correspondente.

Do ponto de vista matemático, o VaR_α é definido como o quantil de probabilidade de ordem α de uma distribuição de probabilidade:

$$\Pr (L \leq VaR_\alpha(L)) \geq \alpha \Leftrightarrow VaR_\alpha(L) = q_L(\alpha)$$

com L variável aleatória que representa o valor que uma companhia deverá ter em reserva e $q_L(\alpha)$ o quantil de probabilidade de ordem α onde

$$q_L(\alpha) = \inf[l \in R: P(L > l) \leq 1 - \alpha] = \inf [l \in R: F_L(l) \geq \alpha]$$

De um modo geral, o $TVaR_\alpha$ é uma medida que indica o valor esperado da reserva, sabendo que esta é superior ao VaR_α correspondente. Analiticamente é representado por:

$$TVaR_\alpha(L) = E[L|L > VaR_\alpha(L)]$$

É considerada uma medida conservadora uma vez que fornece uma estimativa do montante médio da reserva superior ao VaR e é também a medida de risco mais apropriada para os riscos catastróficos, pois para além de considerar as variáveis do VaR , tem em atenção a média acima do percentil de confiança adequando assim o capital a eventos de baixa frequência e de grande severidade e que se afastem muito do percentil de confiança.

A Figura 1 ilustra o VaR e o $TVaR$ de uma distribuição de probabilidade com um nível de confiança de 99,5%, isto é, com apenas 0,5% de probabilidade de ocorrência de ruína, no horizonte temporal de um ano.

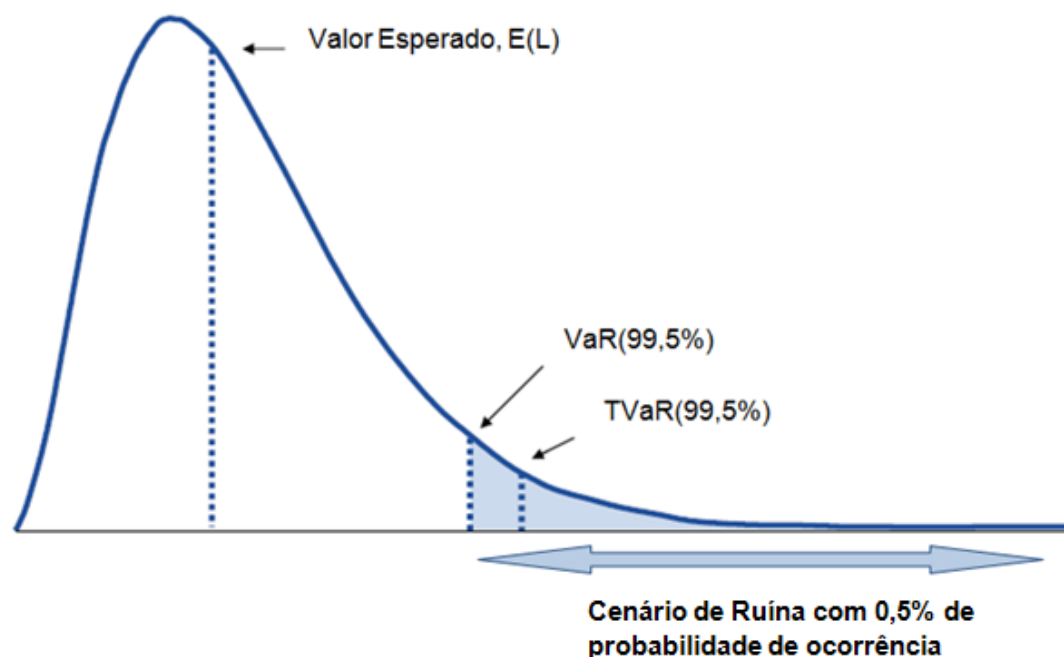


Figura 1 - Representação Gráfica das medidas de risco VaR e $TVaR$ (Fonte: MARKT/2534/06)

Apesar de existirem várias medidas de risco possíveis de serem utilizadas nos modelos internos (e/ou modelos internos parciais) de cada Companhia de Seguros, o VaR é a medida de eleição por parte do CEIOPS para o cálculo do Capital de Solvência, pelo que, será também a medida de risco considerada na componente prática desta dissertação.

2.4 Provisionamento

Para garantir a solvência de uma Empresa de Seguros, é essencial a existência de Provisões Técnicas⁷ suficientes. O seu valor, para além de reflectir as características da carteira de seguros da Companhia em estudo, deverá corresponder ao montante que se esperaria que uma empresa desta natureza teria que pagar se transferisse, neste momento, os seus direitos e obrigações contratuais para outra empresa. Segundo *MARKT/2095/99*, quanto maiores forem as provisões técnicas menor deve ser, em teoria, o volume de margem de solvência.

Com o intuito de salvaguardar os direitos dos segurados, e uma vez que não existe um mercado activo, o CEIOPS defende a ideia de que as provisões técnicas poderão ser estabelecidas, para efeitos contabilísticos, o mais elevado possível – abordagem prudencial – evoluído assim para uma óptica de justo valor – abordagem económica.

As Companhias de Seguros sediadas em Portugal devem constituir e manter provisões técnicas suficientes, incluindo provisões matemáticas⁸, calculadas em relação às responsabilidades decorrentes do exercício da sua actividade, tanto no território da Comunidade Europeia, como fora, de acordo com a legislação em vigor.

De seguida, de acordo com o exposto no *site* da APS, iremos enunciar e fazer uma breve descrição das provisões técnicas que devem ser constituídas e mantidas pelas Companhias de Seguros que exploram os Ramos Não Vida.

⁷ As Provisões Técnicas encontram-se regulamentadas no artigo 70º do DL 94-B/98 de 17 de Abril, republicado posteriormente no DL 2/2009 de 5 de Janeiro.

⁸ Corresponde ao valor actuarial estimado dos compromissos de uma empresa de seguros, incluindo a participação nos resultados já distribuídos e após dedução do valor actuarial dos prémios futuros.

Provisão Matemática = Responsabilidades futuras a pagar pela companhia - Responsabilidades futuras do tomador de seguro.

2.4.1 Provisão para Sinistros

A provisão para sinistros representa grande parte do passivo das Seguradoras do Ramo Não Vida e corresponde ao custo total estimado que a Empresa de Seguros terá que suportar para regularizar todos os sinistros ocorridos, declarados ou não, no horizonte temporal em estudo, após redução dos montantes pagos dos mesmos. Assim, esta provisão encontra-se subdividida em três tipos: provisões para sinistros já declarados, provisões para sinistros ocorridos mas ainda não declarados (IBNR⁹) e provisões para sinistros ocorridos mas insuficientemente provisionados (IBNER¹⁰).

A provisão para sinistros declarados deverá ser calculada caso a caso ou recorrendo a métodos estatísticos sempre que exista um número elevado de sinistros de características semelhantes, sendo a metodologia do provisionamento ao custo médio a mais utilizada. Em relação à provisão para sinistros ocorridos mas não declarados – IBNR, deverá ser calculada atendendo à experiência passada da Companhia relativamente ao número e ao montante de sinistros comunicados após o encerramento do ano e utilizando matrizes de *run-off*, que permitem uma extrapolação para o futuro dos dados históricos da Companhia.

Por fim, e de acordo com a própria definição, a provisão para sinistros ocorridos mas insuficientemente provisionados – IBNER, reflecte a estimativa para os sinistros que, aquando a sua abertura, foram insuficientemente provisionados. Em relação ao seu método de cálculo, deverá seguir uma metodologia idêntica à provisão para IBNR.

Esta provisão contabiliza os custos com sinistros ocorridos durante o exercício, assim como os possíveis encargos de sinistros ocorridos mas não declarados ou insuficientemente provisionados e sinistros, que por uma razão específica, tenham que ser reabertos. Assim, segundo Portugal (2007), as provisões para sinistros têm como principal objectivo estimar o custo dos sinistros até ao momento em que estes se encontrem totalmente participados e regularizados, ou seja, sem que existam novas aberturas, reaberturas e reavaliações, nem processos por encerrar.

Na secção 2.5 iremos fazer uma breve alusão aos métodos utilizados na estimação desta provisão na componente prática deste trabalho.

⁹ *Incurred But Not Reported.*

¹⁰ *Incurred But Not Enough Reported.*

2.4.2 Provisão para Prémios Não Adquiridos (PPNA)

A provisão para prémios não adquiridos, deve incluir a parte dos prémios brutos emitidos (PBE's), relativos a cada contrato de seguro em vigor e aos custos administrativos e de gestão a imputar a cada exercício.

Uma parte das apólices em vigor, no final de cada ano civil, ainda se encontra a meio do seu período de risco contratual, pelo que é necessário reter a parte do prémio relativa ao período não decorrido, para que seja criada uma reserva capaz de suportar possíveis custos no novo ano civil, até à data de renovação dos contratos.

Assim, a provisão para prémios não adquiridos de seguro directo deverá ser determinada contrato a contrato, "*pró rata temporis*", admitindo apenas os PBE's dos contratos em vigor no horizonte temporal em estudo.

O cálculo desta provisão é feito da seguinte forma:

$$PPNA = PBE \times \textit{Pro-Rata do período não decorrido}$$

Por exemplo, consideremos que uma apólice é emitida com data de início a 1 de Novembro do ano N. Ora, uma vez que o encerramento do exercício é a 31 de Dezembro (desse mesmo ano N), decorreram apenas 2 meses do período de risco coberto pela apólice, admitindo tratar-se de uma apólice anual não fraccionada, pelo que se torna necessário que uma parte do prémio seja constituído como reserva, por forma a que o período de risco ainda por decorrer (1 Janeiro até à data de renovação) esteja coberto. Para uma melhor compreensão do exemplo apresentado, veja-se a Figura 2.

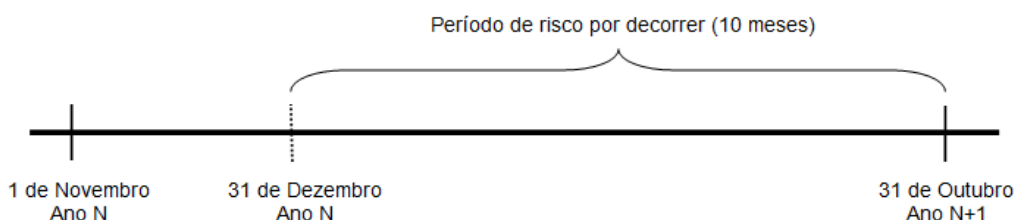


Figura 2 - Ilustração da PPNA

2.4.3 Provisão para Desvios de Sinistralidade

A provisão para desvios de sinistralidade é constituída para fazer face à sinistralidade excepcionalmente elevada, nos ramos em que se preveja uma maior oscilação. É actualmente constituída para o seguro de crédito, seguro de caução, seguro de colheitas, risco de fenómenos sísmicos e risco atómico – resseguro aceite.

A ideia de que o que foi ontem poderá ser o amanhã há muito se desvaneceu, pelo que é aconselhado que as Companhias de Seguros guardem os excessos obtidos em anos favoráveis para que, em anos desfavoráveis, consigam responder a todas as suas responsabilidades e assim, transformar um sinistro catastrófico num sinistro não catastrófico – com menos impacto para a empresa, uma vez que o valor provisionado pode ser usado em caso de catástrofe para reduzir o impacto financeiro para a Seguradora em eventos com custos elevados.

2.4.2 Provisão para Riscos em Curso (PREC)

A provisão para riscos em curso é considerada complementar à provisão para prémios não adquiridos, sempre que se verifique uma insuficiência dos prémios praticados pela Companhia. Corresponde ao montante necessário para fazer face a possíveis encargos e indemnizações, após o fim do exercício, que excedam o valor dos prémios não adquiridos e dos prémios exigíveis relativos a contratos que se encontrem actualmente em vigor.

No cálculo desta provisão deverão ser tidos em conta os possíveis sinistros e custos administrativos, que ocorram após o termo do exercício mas que se encontrem cobertos por contratos celebrados antes deste. Esta provisão deverá ser a última a ser calculada uma vez que depende do valor das provisões técnicas do ano civil completo.

2.5 Metodologias de Estimação da Provisão para Sinistros

Actualmente, são vários os métodos estatísticos existentes utilizados na estimação do valor da provisão para sinistros. Baseados na experiência passada de cada Companhia de Seguros e através de técnicas de projecção da sinistralidade, estes métodos permitem aproximar o valor esperado dos custos futuros decorrentes dos sinistros pendentes à data do exercício. É certo que tais métodos se encontram condicionados à qualidade e disponibilidade da informação histórica.

De seguida, iremos fazer uma breve descrição da forma de tratamento dos dados, recorrendo ao enunciado em Borginho (2003), sendo aconselhada a sua leitura para um maior detalhe sobre esta temática.

Normalmente, a informação histórica considerada encontra-se agrupada numa matriz incompleta¹¹, que passaremos a designar por triângulo, onde cada linha representa o ano de ocorrência dos sinistros e cada coluna representa o ano de desenvolvimento, tal como apresentado no Quadro 3, onde $X_{i,j}$ representa a informação disponível referente ao período de ocorrência i e de desenvolvimento j ($i = 0, \dots, I$ e $j = 0, \dots, I$). Assim, existem tantas colunas quantos anos que decorrem entre a ocorrência do sinistro e a sua respectiva regularização.

Quadro 3 – Triângulo de Informação Histórica - Acumulado

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento							
	0	1	2	...	j	...	I - 1	I
0	$X_{0,0}$	$X_{0,1}$	$X_{0,2}$...	$X_{0,j}$...	$X_{0,I-1}$	$X_{0,I}$
1	$X_{1,0}$	$X_{1,1}$	$X_{1,2}$...	$X_{1,j}$...	$X_{1,I-1}$	
⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	...		
j	$X_{j,0}$	$X_{j,1}$	$X_{j,2}$...	$X_{j,j}$			
⋮	⋮	⋮	⋮	...				
I - 1	$X_{I-1,0}$	$X_{I-1,1}$						
I	$X_{I,0}$							

¹¹ Usualmente designada por Matriz de *Run-Off*.

Usualmente, as entradas $X_{i,j}$ do triângulo de dados históricos poderão representar os pagamentos incrementais, os pagamentos acumulados, os custos totais ou o número de sinistros. No entanto, neste trabalho, estarão associadas aos pagamentos cumulativos.

Os valores abaixo da diagonal principal da matriz, parte inferior do triângulo, correspondem a períodos futuros, pelo que são ainda desconhecidos. É neste sentido que se recorre à utilização dos métodos estatísticos, que têm como objectivo efectuar a estimação desses mesmos valores. São ainda necessários um ou mais factores de desenvolvimento, que reflectem a evolução esperada após o último ano de desenvolvimento considerado no triângulo, por forma a evitar uma subestimação da provisão para sinistros. Estes factores incluem evoluções futuras desconhecidas à data do exercício e são representados por: f_0, f_1, \dots, f_{I-1} .

É recomendado um tratamento prévio da informação no sentido da criação de grupos de dados homogéneos, nomeadamente a separação dos dados por tipo de cobertura, garantindo assim uma maior fiabilidade dos resultados obtidos. É ainda importante referir que a utilização de informação histórica reduzida comprometerá a significância estatística dos métodos utilizados, e a utilização excessiva de informação poderá conduzir a um enviesamento dos resultados.

A escolha de um modelo estatístico para a determinação do valor a provisionar deverá recair na adequação aos dados, estando evidente a necessidade de recorrer a modelos de maior complexidade à medida que aumenta a heterogeneidade dos dados. Actualmente, as técnicas estatísticas existentes para a estimação das provisões para sinistros são divididas em dois grupos: Modelos Determinísticos e Modelos Estocásticos.

Os métodos determinísticos partem de um pressuposto de que as evoluções passadas, evidenciadas no triângulo de informação histórica, irão continuar a verificar-se no futuro. No entanto, não consideram a existência de uma medida de erro de estimação, não quantificando assim o grau de incerteza nem a variabilidade das estimativas obtidas.

Por outro lado, os métodos estocásticos têm uma base estatística mais rigorosa, possibilitando a obtenção, para além de estimativas da provisão, de medidas de erro associadas a essas mesmas estimativas. São também vistos como uma ferramenta de análise dos riscos, uma vez que permitem o teste da variabilidade das estimativas,

orientando desta forma as decisões no sentido de redução da insolvência. Os modelos estocásticos podem ainda ser divididos em modelos paramétricos, assumindo desta forma que os dados seguem uma determinada distribuição de probabilidade, e modelos não paramétricos.

Na componente prática deste trabalho iremos utilizar a Técnica de *Bootstrap*, que tem como base o Método *Chain-Ladder* – Modelo *Thomas Mack*, pelo que passamos a enunciar, de forma sucinta, cada um destes métodos, remetendo sempre que necessário para uma bibliografia adequada.

2.5.1 Método *Chain-Ladder*

Os modelos determinísticos, apesar da sua antiguidade, continuam a ser bastante utilizados, sendo o Método *Chain-Ladder* uma das técnicas mais conhecida. O seu nome provém da sequência (“*Chain*”) de rácios (que iremos designar de factores de desenvolvimento) que formam uma escada (“*Ladder*”) de factores, que permitem extrapolar, a partir da experiência passada (dados históricos), o valor final das responsabilidades com sinistros. Partindo do pressuposto da existência de proporcionalidade directa entre os anos de desenvolvimento (colunas do triângulo), são estimados os factores de desenvolvimento, utilizados para a projecção da informação futura. Contudo, este método apenas devolve uma estimativa pontual para a provisão para sinistros, pois, como anteriormente referido, não quantifica o grau de incerteza nem a variabilidade das estimativas obtidas. Assim, não nos é permitido quantificar o nível de prudência a reflectir no processo de provisionamento.

Apesar de ser um método simples e de aplicação prática, existem algumas limitações que poderão dificultar a sua aplicabilidade, as quais apresentamos de seguida, citando Pinheiro (1999):

- A sua falta de robustez, isto é, torna-se demasiado sensível a pequenas flutuações nos factores de desenvolvimento que servem de base às projecções, sobretudo nos últimos anos de desenvolvimento;
- O método falha quando para determinado período de ocorrência ainda não tenham sido efectuados quaisquer pagamentos, constituição de provisão ou até participação de sinistros. Nestes casos o método produz uma estimativa

nula, que não é realista nomeadamente para períodos de ocorrência ainda pouco desenvolvidos;

- Em ambientes de inflação elevada e instável, a aplicação deste método a dados não ajustados à inflação é pouco fiável. Por outro lado, a escolha de um índice de inflação representativo da evolução verificada nos custos com sinistros pode ser bastante controversa, acrescentando um grau de incerteza adicional à aplicação da metodologia aos dados ajustados¹².

Os métodos determinísticos são normalmente aplicados de forma mecânica, impossibilitando assim uma análise rigorosa da qualidade do ajustamento, que se pode posteriormente reflectir em estimativas desajustadas da realidade. Atendendo a este facto, Mack (1993) apresenta um modelo estocástico que permite a obtenção de estimativas idênticas para o valor esperado dos pagamentos acumulados, tendo como base o Método *Chain-Ladder*. Este modelo não assume qualquer distribuição de probabilidade específica para os dados (modelo não paramétrico).

A base estatística deste modelo permite identificar os factores a serem testados no conjunto de dados, nomeadamente a independência entre anos de ocorrência e a não correlação entre os dados de colunas adjacentes, possibilitando desta forma, a mensuração da qualidade do ajustamento.

De seguida, iremos fazer uma breve descrição do modelo referido, recorrendo ao exposto em Borginho (2003) juntamente com o enunciado em Mack (1993) e Mack (1999), pelo que para um maior detalhe sobre o mesmo, é aconselhada a leitura integral destes documentos.

Consideremos as variáveis aleatórias $X_{i,j}$, com $i = 0, \dots, I$ e $j = 0, \dots, I$, do triângulo dos montantes pagos cumulativos, apresentado no Quadro 3, e os factores de desenvolvimento f_0, f_1, \dots, f_{I-1} .

Este modelo assenta na verificação de três pressupostos, que permitirão quantificar a incerteza das estimativas dos pagamentos futuros: $\hat{X}_{i,\infty}$ com $0 \leq i \leq I$.

¹² Para os casos em que é considerado um nível de inflação. Neste trabalho, não iremos considerar a existência de um nível de inflação, pois é assumido que esta já se encontra implícita nos valores apresentados nos triângulos de informação histórica.

1º Pressuposto – Proporcionalidade entre os anos de desenvolvimento

Este pressuposto traduz a existência de proporcionalidade entre as colunas do triângulo (anos de desenvolvimento), assumindo que existem factores de desenvolvimento f_0, f_1, \dots, f_k tais que:

$$E(X_{i,k+1} | X_{i,0}, \dots, X_{i,k}) = X_{i,k} \cdot f_k, \quad 0 \leq i \leq I \text{ e } 0 \leq k \leq I - 1$$

Os factores de desenvolvimento, acima referidos, são determinados através das seguintes expressões:

$$\hat{f}_k = \frac{\sum_{i=0}^{I-K-1} X_{i,k+1}}{\sum_{i=0}^{I-K-1} X_{i,k}}, \quad 0 \leq k \leq I - 1 \quad \text{e} \quad \hat{f}_I = \frac{X_{0,\infty}}{X_{0,I}}$$

sendo o factor f_I denominado de factor cauda. Este factor permite determinar o montante total a pagar, após I anos de desenvolvimento, implicando, desta forma, a verificação da não correlação entre os factores de desenvolvimento $\frac{X_{i,k}}{X_{i,k-1}}$ e $\frac{X_{i,k+1}}{X_{i,k}}$.

2º Pressuposto – Centralidade dos factores de desenvolvimento

O segundo pressuposto assenta na independência entre os diferentes anos de ocorrência, implicando assim que os estimadores dos factores de desenvolvimento, \hat{f}_k , sejam centrados, ou seja, que $\{X_{i,0}, \dots, X_{i,\infty}\}$ e $\{X_{j,0}, \dots, X_{j,\infty}\}$ sejam independentes, com $i \neq j$ e $0 \leq k \leq I - 1$.

3º Pressuposto – Existência de uma constante de proporcionalidade, σ_k^2

Por fim, o último pressuposto, deverá garantir que, uma vez obtidos os estimadores \hat{f}_k centrados, deverão ser considerados os que apresentem menor variância, assegurando assim uma maior fiabilidade ao processo de estimação. Esta condição é verificada quando existe uma constante de proporcionalidade σ_k^2 , não negativa, tal que:

$$V(X_{i,k+1} | X_{i,0}, \dots, X_{i,k}) = X_{i,k} \cdot \sigma_k^2, \quad 0 \leq i \leq I, 0 \leq k \leq I - 1$$

O Modelo de *Thomas Mack* inicia-se com a estimação dos parâmetros f_k e σ_k^2 , efectuada a partir da informação histórica, sendo o estimador centrado, $\hat{\sigma}_k^2$, dado por:

$$\hat{\sigma}_k^2 = \frac{1}{I-k-1} \sum_{i=0}^{I-k-1} X_{i,k} \left(\frac{X_{i,k+1}}{X_{i,k}} - \hat{f}_k \right)^2, 0 \leq k \leq I-2$$

Uma vez obtidas as estimativas dos pagamentos futuros $X_{i,\infty}$, através de:

$$\hat{X}_{i,\infty} = X_{i,I-1} \times \hat{f}_{I-1} \times \dots \times \hat{f}_I, 0 \leq i \leq I$$

determina-se a provisão a constituir de modo a fazer face aos sinistros ocorridos no ano i , recorrendo à seguinte expressão:

$$\hat{R}_i = \hat{X}_{i,\infty} - X_{i,I-i}, 0 \leq i \leq I$$

sendo a provisão total dada por $\hat{R} = \sum_{i=0}^I \hat{R}_i$.

De seguida, de modo a determinar uma medida de variabilidade das estimativas das provisões R_i , calcula-se o erro padrão (*EP*), utilizando o erro quadrático médio (*EQM*), que corresponde a:

$$EQM(R_i) = E \left((R_i - \hat{R}_i)^2 \middle| D \right) = E \left((X_{i,\infty} - \hat{X}_{i,\infty})^2 \middle| D \right)$$

em que D representa o conjunto de toda a informação conhecida, isto é, $D = \{X_{i,k} | i+k \leq I\}$. Assim sendo, vem que:

$$EQM(\hat{R}) = EQM \left(\sum_{i=0}^I \hat{R}_i \right) = EQM \left(\sum_{i=0}^I \hat{X}_{i,\infty} \right)$$

Este modelo tem como objectivo o desenvolvimento de uma fórmula de cálculo do erro padrão, definido como sendo a soma de duas componentes:

$$\text{Erro Padrão} = \text{Erro Estocástico} + \text{Erro de Estimação}$$

sendo o erro estocástico o erro que mede a variabilidade do processo de estimação da provisão e o erro de estimação o que mede o desvio padrão da provisão estimada relativamente ao seu valor real.

Em Mack (1993) é apresentada uma estimativa para a determinação deste erro, contudo, nesta estimação, não foi tida em consideração a existência do factor cauda. Assim, mais tarde, em Mack (1999), foi publicada uma solução para este facto, com recurso a interpolações lineares e com vista à obtenção de estimativas para σ_I^2 e para $EQM(\hat{f}_I)$. Considerando a existência de índices k e $k + 1$ tais que $\hat{f}_{k-1} \geq \hat{f}_I \geq \hat{f}_k$ para valores de $0 \leq k \leq I - 1$, pressupõe-se que:

$$E\hat{Q}M(\hat{f}_{k-1}) \geq E\hat{Q}M(\hat{f}_I) \geq E\hat{Q}M(\hat{f}_k) \text{ e}$$

$$E\hat{Q}M\left(\frac{X_{i,k}}{X_{i,k-1}}\right) \geq E\hat{Q}M\left(\frac{\hat{X}_{i,\infty}}{X_{i,I}}\right) \geq E\hat{Q}M\left(\frac{X_{i,k+1}}{X_{i,k}}\right), \forall i$$

Desta forma torna-se possível o cálculo do valor de $E\hat{Q}M(\hat{X}_{i,\infty})$ e consequentemente do valor de $EQM(\hat{R}_i)$, sendo a fórmula recursiva para a estimativa do EQM da reserva total dada por:

$$EQM(\hat{R}) = E\hat{Q}M\left(\sum_{i=I-k+1}^I \hat{X}_{i,k}\right) \cdot \hat{f}_k^2 + \sum_{i=I-k}^I \hat{X}_{i,k} \cdot E\hat{Q}M\left(\frac{X_{i,k+1}}{X_{i,k}}\right) +$$

$$\left(\sum_{i=I-k}^I \hat{X}_{i,k}\right)^2 \cdot E\hat{Q}M(\hat{f}_k)$$

2.5.2 Método *Bootstrap*

O Método de *Bootstrap* é uma técnica de reamostragem que foi introduzida por Efron em 1979 e que explora o poder computacional existente actualmente, por forma a substituir a análise estatística teórica. Segundo Borginho (2003), este método baseia-se na geração de repetições da amostra inicial através de simulações, permitindo assim a obtenção de bons resultados estatísticos.

Esta técnica é utilizada em associação com um método determinístico ou estocástico, sendo as estimativas dos valores esperados obtidas de forma analítica e as medidas de variabilidade determinadas através do *Bootstrap*. Na presente dissertação optámos por utilizar esta metodologia juntamente com uma versão estocástica do Método *Chain-Ladder*, anteriormente apresentado.

No entanto, existem algumas situações em que este método pode falhar, as quais apresentamos de seguida, citando Pinheiro (1999):

- Se os dados da amostra em análise estiverem prejudicados por faltas de informação ou incorrecções/aproximações;
- Na sua essência, os métodos de reamostragem não paramétrica, impõem como hipótese de base que as observações sejam independentes e identicamente distribuídas. A dificuldade, na situação de dependência, advém de não existir forma óbvia de estimar a densidade conjunta das observações, dada uma realização do processo de reamostragem;
- A existirem *outliers*, estes deverão ser retirados ou corrigidos, antes da aplicação do *Bootstrap*. Neste âmbito, torna-se fundamental avaliar se as conclusões obtidas dependem crucialmente de determinada observação, bem como o recurso à análise de resíduos, por forma a detectar ajustamentos de baixa qualidade.

Para que se tornem evidentes todas as fases deste método, iremos enunciar de uma forma simples e esquematizada, todos os seus passos, recorrendo ao esquema apresentado na Figura 3. Para tal, é necessário que o conjunto de dados seja independente e identicamente distribuído.

1 – Aplicação do Método *Chain-Ladder*

Através da aplicação do Método *Chain-Ladder* ao triângulo de dados históricos (triângulo (1) da Figura 3), calculam-se os factores de desenvolvimento necessários à projecção dos pagamentos futuros. Desta forma, é também obtido o montante de provisão a constituir no exercício.

2 – Ajustamento dos Dados Históricos

Atendendo aos factores de desenvolvimento anteriormente determinados, constrói-se um novo triângulo de montantes pagos ajustados, apresentado no Quadro 4 (triângulo

(2) da Figura 3). Neste caso, cada entrada do novo triângulo, $D_{i,j}$, representa os pagamentos cumulativos ajustados para o período de ocorrência i e de desenvolvimento j , onde $D_{i,j}$ se calcula da seguinte forma:

$$D_{i,j} = \frac{X_{i,j}}{\prod_{m=j}^{I-i-1} f_m}$$

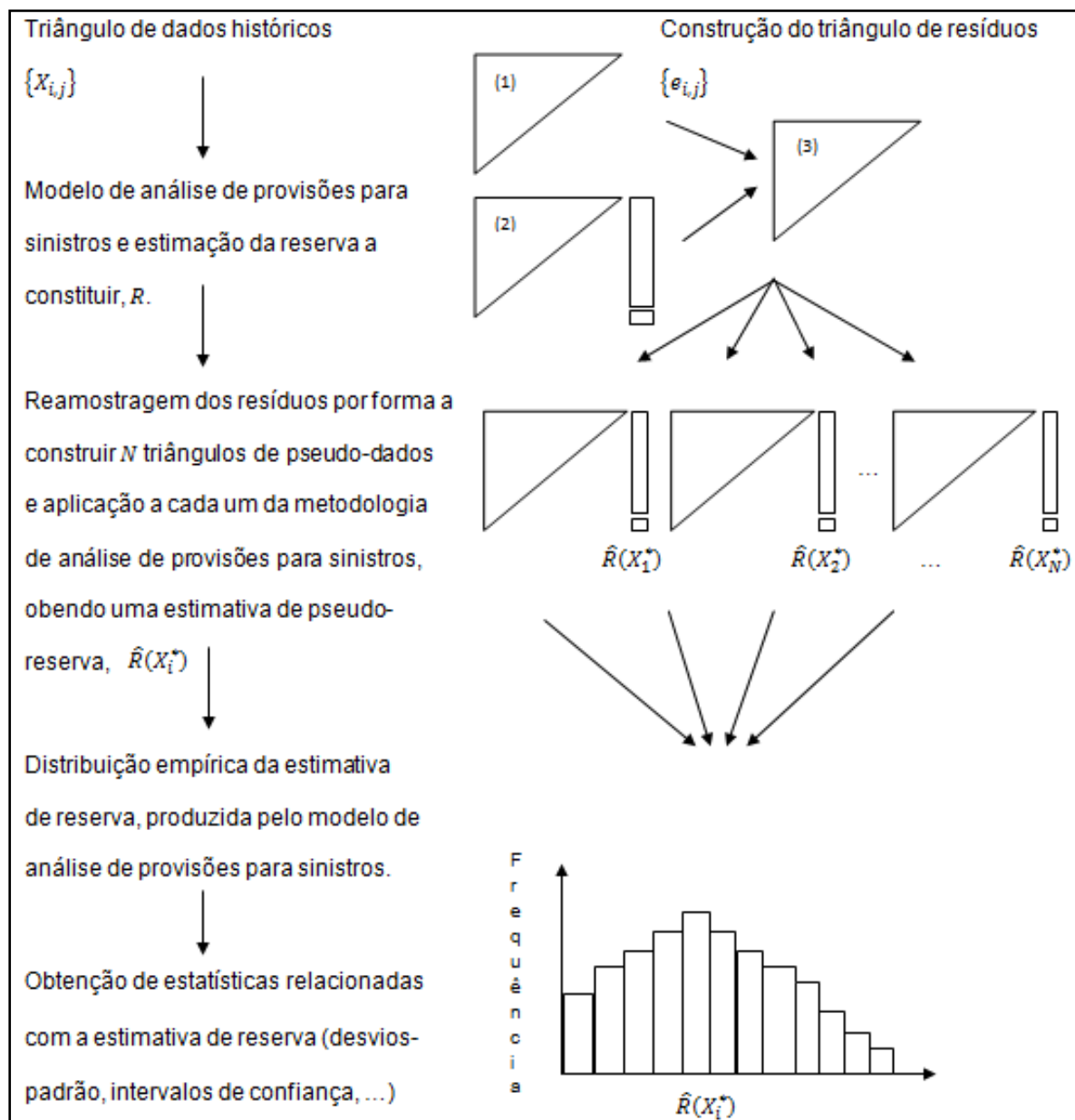


Figura 3 – Metodologia Bootstrap – Aplicação às Provisões para Sinistros. (Fonte: Pinheiro(1999))

Quadro 4 – Triângulo dos Montantes Pagos Ajustados (Cumulativo)

Período de ocorrência	Período de desenvolvimento							
	0	1	2	...	j	...	I - 1	I
0	$D_{0,0}$	$D_{0,1}$	$D_{0,2}$...	$D_{0,j}$...	$D_{0,I-1}$	$D_{0,I}$
1	$D_{1,0}$	$D_{1,1}$	$D_{1,2}$...	$D_{1,j}$...	$D_{1,I-1}$	
⋮	⋮	⋮	⋮	...	⋮	...		
j	$D_{j,0}$	$D_{j,1}$	$D_{j,2}$...	$D_{j,j}$			
⋮	⋮	⋮	⋮	...				
I - 1	$D_{I-1,0}$	$D_{I-1,1}$						
I	$D_{I,0}$							

3 – Determinação e Correção dos Resíduos

Após o ajustamento dos dados, passaremos à determinação dos resíduos (triângulo (3) da Figura 3), que permitirão aferir a qualidade do ajustamento e irão constituir a base do processo de reamostragem. Note-se que os resíduos correspondem à diferença entre os montantes pagos da Companhia em estudo e os dados obtidos através da aplicação do método de estimação.

Para se aplicar a técnica *Bootstrap* é necessário que os dados estejam na forma incremental pelo que, os resíduos ($e_{i,j}$) deverão ser determinados da seguinte forma:

$$e_{i,j} = \begin{cases} D_{i,j} - X_{i,j} & j = 0 \text{ e } i = 0, 1, \dots, I \\ (D_{i,j} - D_{i,j-1}) - (X_{i,j} - X_{i,j-1}) & j = 1, \dots, I \text{ e } i = 0, 1, \dots, I - j \end{cases}$$

Segundo Pinheiro (1999), são vários os autores que defendem que não é totalmente irrealista efectuar a reamostragem dos resíduos sem primeiro efectuar a sua standardização, permitindo desta forma que resíduos provenientes de períodos de desenvolvimento mais recentes sejam seleccionados para produzir pseudo-dados de períodos de desenvolvimento mais tardios. A sua fundamentação recai no facto de, apesar de ser nos períodos mais tardios que normalmente ocorrem indemnizações de menor valor, é também nesses períodos que muitas vezes se espera que tenham lugar alguns pagamentos de elevados montantes relativos a sinistros graves.

Assim, apresentam como alternativa, corrigir a heterocedasticidade¹³ dos resíduos através da sua estandardização, utilizando uma estimativa do desvio padrão subjacente a cada período de desenvolvimento. Esta estandardização deverá ser feita antes da reamostragem e deverá ser desfeita após, ou seja, quando forem construídos os pseudo-dados.

Os resíduos estandardizados, $e_{i,j}^{sd}$, são obtidos por:

$$e_{i,j}^{sd} = \frac{e_{i,j}}{\hat{\sigma}_j^{sd}}$$

em que $\hat{\sigma}_j^{sd} = \left(\frac{1}{I-j-1} \sum_{i=0}^{\min(I-1, I-j)} e_{i,j}^2 \right)^{1/2}$ para valores de $j = 0, 1, \dots, I-1$.

4 – Redistribuição dos Resíduos e Obtenção dos Pseudo-Dados

É nesta fase que se inicia a técnica *Bootstrap*, através da redistribuição dos resíduos normalizados obtidos no ponto anterior de forma aleatória, com reposição, de modo a construir um triângulo de pseudo-dados, que iremos designar de triângulo *Bootstrap*. Os elementos deste triângulo são designados por $D_{i,j}^{BS}$ e determinados da seguinte forma:

$$D_{i,j}^{BS} = e_{i,j}^{sd} + \sqrt{D_{i,j} + D_{i,j}}$$

Ao triângulo *Bootstrap* é aplicado novamente o método *Chain-Ladder*, determinando assim uma estimativa da provisão denominada de pseudo-reserva ($\hat{R}(X_i^*)$). Através de um número pré-estabelecido de repetições do processo acima descrito (N), obtêm-se várias estimativas de pseudo-reservas, de modo a produzir uma distribuição empírica e gerar estimativas de intervalos de confiança e erros padrão para as provisões a constituir.

A estimativa do erro padrão escolhida foi a exposta em *England e Verrall (1999)*, onde são consideradas a variabilidade criada pela utilização do método *Bootstrap* e a variabilidade do processo estocástico inerente ao modelo base de previsão das reservas.

¹³ A heterocedasticidade apresenta-se como uma forte dispersão dos dados em torno de uma recta de regressão do modelo.

$$\hat{E}P_{BS}(\hat{R}) = \sqrt{\hat{\phi} \cdot \hat{R} + \frac{n}{n+p} \sigma_{BS}^2(\hat{R})} \text{ com } \hat{\phi} = \frac{1}{n-p} \sum_{i=0}^N \sum_{j=0}^N e_{i,j}^2$$

onde ϕ representa o parâmetro de dispersão, n o número de valores observados e p o número de parâmetros a estimar, com $p = 2n - 1$.

3 PROJECTO SOLVÊNCIA II

Vivemos num mundo em constante mudança e sujeito a períodos de grande tensão pelo que se torna essencial uma revisão e adequação das regras de mercado actuais. Se por um lado as Seguradoras fornecem uma protecção contra acontecimentos futuros, dos quais podem resultar perdas, por outro, canalizam as poupanças dos agregados familiares para os mercados financeiros.

Por forma a uniformizar os princípios gerais existentes em cada estado membro foi criado, ao nível do Sector Segurador, um processo legislativo comunitário, que visa sobretudo assegurar os direitos e as garantias dos segurados. Na Figura 4 é apresentada a evolução desse processo no Ramo Não Vida, que teve início em 1973.

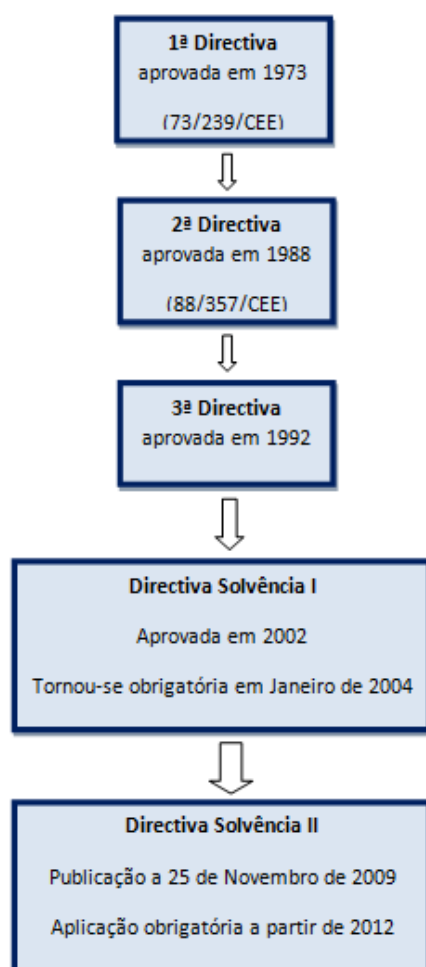


Figura 4 – Evolução do Processo Legislativo Comunitário. (Fonte: APS)

O Projecto Solvência II teve origem numa primeira etapa denominada Solvência I, caracterizada pela sua simplicidade e grande flexibilidade. É baseada num conjunto fixo de rácios (*Ratio-Based*) aplicados a grandezas que representam a exposição ao risco. O seu principal objectivo foi reforçar as garantias das empresas de seguros. É considerado, no entanto, como um modelo de transição, uma vez que apresenta várias limitações ao nível da sensibilidade ao risco, da inadequação ao mercado único, da clareza da solidez financeira (de uma Companhia de Seguros), dos requisitos de capital e não atende à diversificação da carteira nem tão pouco à dimensão da mesma.

Assim, com o intuito de melhorar e tentar colmatar as falhas deste modelo inicial, surge o Projecto Solvência II que incide na protecção dos direitos dos segurados, tendo em conta os riscos efectivamente incorridos e as medidas de gestão de uma Companhia de Seguros.

É visto como um modelo mais orientado para o reconhecimento dos riscos incorridos por cada Seguradora, sendo tão eficiente e flexível quanto possível. Não só permitirá uma eficiente tomada de decisões, identificando os problemas com rapidez suficiente para que os mesmos possam ser corrigidos (não pretende evitar, a qualquer custo, que ocorra a insolvência), como promoverá a convergência na supervisão de seguros por via de uma maior harmonização dos métodos de supervisão qualitativos e quantitativos, contribuindo assim para a criação de condições concorrenciais equitativas dentro do sector segurador, bem como entre sectores financeiros.

Este projecto encontra-se dividido em três pilares, cada um com o seu grau de importância, de acordo com o ilustrado na Figura 5. Uma vez adoptada uma estrutura desta natureza, é importante que se tenha em linha de conta a interacção entre os diferentes pilares de supervisão tanto quantitativa (Pilar I) como qualitativa (Pilar II), assim como o papel de divulgação da informação relevante (Pilar III) de cada Companhia de Seguros.

Nas secções que se seguem, serão apresentadas e descritas as principais componentes de cada um destes pilares e ainda enunciados os Estudos de Impacto Quantitativo, usualmente designados por QIS, fazendo uma breve alusão aos resultados de cada um.



Figura 5 – Os três pilares do Projecto Solvência II. (Fonte: Novo, 2008)

3.1 Pilar I - Requisitos Quantitativos de Capital

Com o objectivo de determinar o montante de capital que cada Companhia de Seguros deve deter, através de medidas sensíveis aos riscos efectivamente assumidos pelas mesmas, o Pilar I, usualmente designado de Requisitos Quantitativos de Capital, assume uma maior importância de entre os restantes.

Estão também incluídas neste pilar as avaliações dos activos e passivos, das provisões técnicas, fundos próprios e do capital, atendendo aos efeitos de mitigação do risco.

O Pilar I tem por base a abordagem de *Total Balance Sheet*, ilustrada na Figura 6, onde, tanto os activos como as responsabilidades devem ser avaliados de forma coerente, isto é, devem ser consideradas ao valor de mercado. Contudo, verifica-se uma maior dificuldade na determinação do justo valor (*Fair Value*) das responsabilidades do que no cálculo do valor de mercado dos activos.

Ao nível do Solvência II, o capital disponível deverá ser definido como a diferença entre o activo e o passivo de uma Companhia, isto é, entre o valor de mercado dos activos e o justo valor das responsabilidades da mesma. No que diz respeito ao capital

exigido, não é mais do que o montante necessário para que uma Empresa de Seguros possa exercer a sua actividade, com reduzida probabilidade de ruína¹⁴.

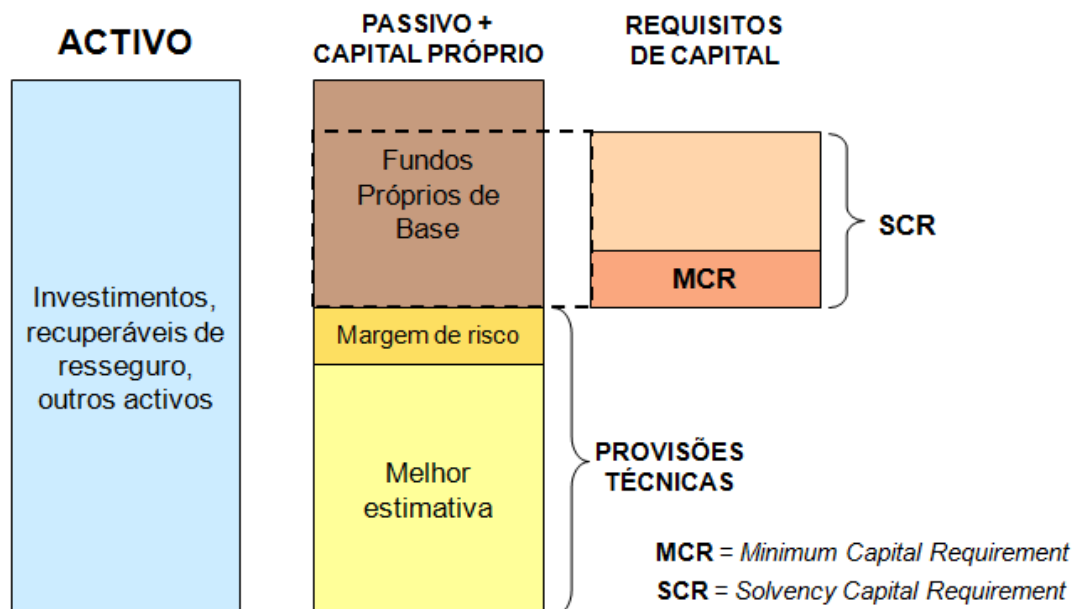


Figura 6- O Balanço em Solvência II (Fonte: Borginho 2010)

No âmbito deste projecto, são estabelecidos dois níveis de requisitos de capital:

1. Capital para Solvência (SCR¹⁵) – corresponde ao montante de capital necessário para que uma Companhia de Seguros possa exercer a sua actividade com uma baixa probabilidade de ruína.
2. Requisito Mínimo de Capital (MCR¹⁶) – corresponde ao limite mínimo de capital abaixo do qual uma Seguradora apresenta um risco elevado de incumprimento das responsabilidades para com os seus segurados.

O SCR é o principal indicador para as entidades de supervisão na medida em que reflecte o perfil de risco da Companhia de Seguros em estudo. O seu cálculo deverá ser baseado no princípio da continuidade das actividades desenvolvidas pela

¹⁴ Site APS.

¹⁵ Solvency Capital Requirement.

¹⁶ Minimum Capital Requirement.

empresa¹⁷ e deverá abarcar todos os riscos quantificáveis a que esta se encontra exposta, assim como os resultantes de perdas imprevistas. Este valor nunca poderá ser inferior ao MCR.

Este requisito de capital deverá, não só ser suficiente para que a Seguradora seja capaz de cumprir os seus compromissos com um nível de confiança elevado¹⁸, bem como, para fazer face ao valor actual das obrigações futuras.

O MCR poderá ser calculado pela definição de uma percentagem (que se espera ser 1/3) do SCR ou através de uma percentagem das provisões técnicas. Representa um nível mínimo para a intervenção das autoridades prudenciais¹⁹.

Foi desenvolvida, a nível europeu, uma Fórmula - Padrão para o cálculo do SCR, que corresponde à probabilidade de ruína de uma Companhia de Seguros “média” europeia. Segundo esta fórmula, o SCR corresponde à soma dos requisitos de capital de solvência base (que consiste no mínimo dos módulos de risco de subscrição, de mercado e de incumprimento pela contraparte), dos requisitos de capital para o risco operacional e ajustamentos das provisões técnicas e dos impostos diferidos.

Assim, a determinação do Capital de Solvência é dado por:

$$\text{SCR} = \text{Req. de Capital de Solvência Base} + \text{Req. de Capital Risco Operacional} \\ + \text{Ajustamentos das Prov. Técnicas e Impostos Diferidos}$$

Em alternativa à Fórmula – Padrão, cada Companhia pode desenvolver um modelo interno, integral ou parcial, sujeito a uma avaliação e validação prévia por parte da entidade supervisora.

Relativamente às provisões técnicas, são definidas como sendo o montante que uma Companhia de Seguros deve deter para que, em qualquer momento, seja capaz de cumprir os compromissos decorrentes dos contratos de seguros. Estas provisões são valorizadas ao valor de mercado e determinadas com base na *Best Estimate* (Melhor Estimativa – média da distribuição das perdas) adicionada de uma margem de prudência ou risco, definida como sendo o custo do risco, isto é, uma margem que representa o montante adicional exigido por uma terceira parte para que esta passe a assumir a totalidade das responsabilidades.

¹⁷ Artigo 100º da Directiva 2009/138/CE de 25 de Novembro de 2009.

¹⁸ Este nível de confiança deverá corresponder à medida de risco VaR considerada.

¹⁹ Site APS.

A Margem de Risco pretende fazer face às responsabilidades derivadas dos vários riscos a que uma Companhia de Seguros está sujeita e corresponde ao património livre de qualquer obrigação previsível e deduzido dos elementos incorpóreos²⁰. Em caso de insuficiência desta margem, a Empresa de Seguros deverá submeter à aprovação do ISP um plano de recuperação, que inclua contas previsionais com o intuito de restabelecer a sua situação financeira. Para um maior detalhe sobre esta temática, consulte-se Franco (2005).

Assim, o cálculo das Provisões Técnicas é dado por:

$$\textbf{Provisão Técnica} = \textbf{Melhor Estimativa} + \textbf{Margem de Risco}$$

O cálculo da *Best Estimate* resulta da aplicação de técnicas actuariais concisas aos dados verdadeiramente observados. Corresponde ao valor actual esperado dos *cash flows* futuros, atendendo a todos os encargos com as obrigações de seguro no decorrer do respectivo período de vigência. Por outro lado, a margem de prudência desempenha um papel de segurança na medida em que garante a equivalência entre os valores das provisões técnicas e o montante que uma Companhia de Seguros (e/ou Resseguros) teria que pagar se transferisse, hoje, os seus direitos e obrigações contratuais para outra empresa.

No âmbito deste projecto, os fundos próprios (FP) são definidos como recursos financeiros de que uma Companhia de Seguros dispõe para criar um novo negócio com o intuito de atenuar possíveis perdas inesperadas. Encontram-se divididos em fundos próprios de base (patrimoniais) e fundos próprios complementares (extra-patrimoniais), sendo os primeiros constituídos pelos passivos subordinados e pelo capital próprio disponível, isto é, o excesso de activos sobre passivos.

De acordo com o exposto na Directiva 2009/138/CE de 25 de Novembro de 2009, os fundos próprios complementares são os compromissos a que uma seguradora pode recorrer, em determinadas circunstâncias, por forma a aumentar os seus recursos financeiros. Por outras palavras, os fundos próprios complementares são constituídos pelos fundos próprios com excepção dos de base. Como exemplos deste tipo de fundos temos o capital social ou fundo inicial não realizado, os reforços de quotizações suplementares em mútuas de seguros, letras de crédito e garantias, etc. Os elementos

²⁰ Os elementos incorpóreos correspondem aos direitos resultantes de contratos, licenças e autorizações administrativas, valor associado ao facto da marca da empresa ser reconhecida pela sociedade, obrigações que uma empresa de seguros detém, etc.

que constituem este tipo de fundos estão sujeitos a uma aprovação prévia por parte das autoridades de supervisão.

Neste projecto, os elementos dos fundos próprios encontram-se classificados em três níveis (*Tiers*), de acordo com a sua qualidade e capacidade de absorção de perdas, tal como é apresentado no Quadro 5. De acordo com as definições disponibilizadas pela APS, podemos agrupá-los da seguinte forma:

1. O *Tier 1 (shareholder capital and retained earnings)* é composto por elementos de qualidade elevada, que são totalmente absorventes de perdas e precisam de estar sempre disponíveis.
2. O *Tier 2 (supplementary capital)* abarca os elementos de capital que não apresentam algumas das características do *Tier 1*, mas que tenham ainda um bom nível de absorção de perdas. Uma vez que apresentam uma menor capacidade de absorção, poderão vir a ser limitadas com percentagens face ao *Tier 1*.
3. O *Tier 3 (short-term subordinated debt)* contempla o capital cuja elegibilidade é sujeita a aprovação prévia por parte das autoridades de supervisão.

Quadro 5 - Classificação dos Fundos Próprios (Fonte: Borginho 2010)

<div>Natureza</div> <div>Qualidade</div>	Patrimoniais	Extra-patrimoniais
	(fundos próprios de base)	(fundos próprios complementares)
Elevada	<i>Tier 1</i>	<i>Tier 2</i>
Média	<i>Tier 2</i>	<i>Tier 3</i>
Baixa	<i>Tier 3</i>	-

Esta classificação é baseada em dois princípios: disponibilidade permanente (capacidade de absorção de perdas em situações de continuidade do negócio e de liquidação) e subordinação (em caso de liquidação, a amortização do elemento só é possível após a liquidação das responsabilidades decorrentes dos contratos de seguros).

Para além dos dois princípios anteriormente referidos, devem ainda ser tidas em conta a duração, em particular se tem um prazo fixo, a ausência de incentivos ao resgate, a ausência de encargos obrigatórios e a ausência de ónus que possam limitar a propriedade do elemento.

Na Figura 7 é ilustrada a classificação dos dois tipos de fundos próprios de acordo com os princípios de disponibilidade permanente e de subordinação.

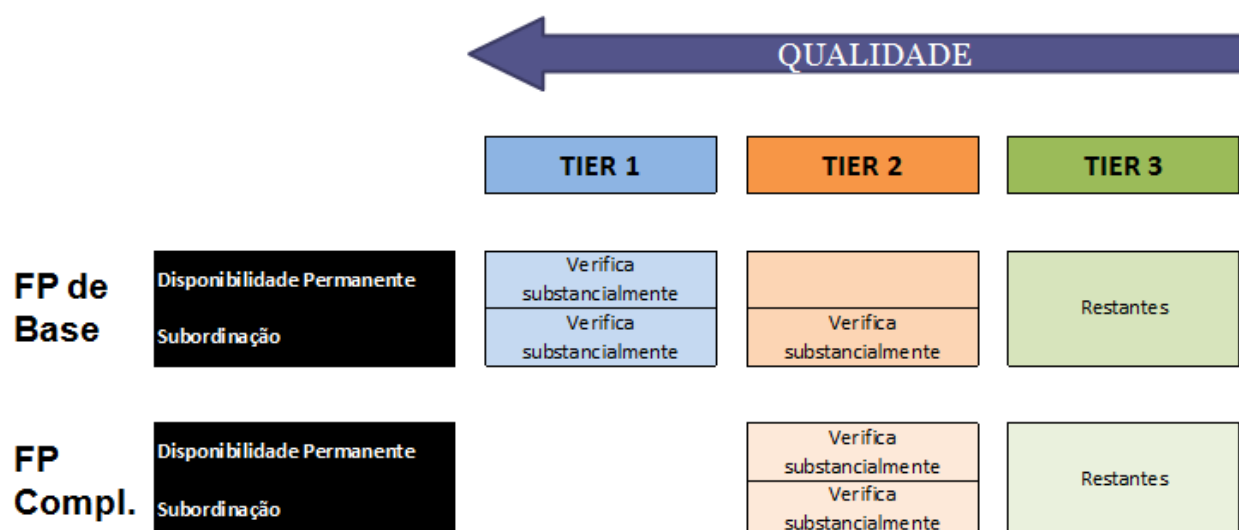


Figura 7 – Categorização dos FP de acordo com os princípios base. (Fonte: Borginho 2010)

Nesta dissertação iremos abordar apenas alguns aspectos do primeiro pilar, nomeadamente, as provisões para prémios e para sinistros do Ramo Automóvel de uma Companhia de Seguros que explora unicamente os Ramos Não Vida.

3.2 Pilar II - Processo de Revisão e Supervisão

O Pilar II, denominado de Processo de Revisão e Supervisão, é visto como um complemento do pilar anterior, embora de um ponto de vista qualitativo. É nele que se estabelecem mecanismos capazes de prever e evitar situações em que o aumento do risco assumido pelas Companhias não tenha sido devidamente reflectido no Pilar I.

Neste pilar são desenvolvidas regras qualitativas relativas ao processo de revisão por parte das entidades supervisoras, assim como definidos os princípios de controlo interno e de gestão de risco para as seguradoras.

O processo de revisão assume um papel fulcral na medida em que assenta no princípio da estabilidade e equidade financeira dos mercados, proporcionando uma protecção adequada aos tomadores de seguros. É importante que a entidade supervisora esteja habilitada para colmatar qualquer tipo de falha ou insuficiência, apresentadas pela seguradora no decorrer da aplicação dos métodos para fazer face a eventos adversos e que possam influenciar a capacidade financeira desta última.

As Companhias de Seguros têm sido conduzidas a um reforço da sua gestão financeira, através da definição de um plano de estratégia de investimentos, onde deverá ser dada uma maior atenção à gestão dos activos e passivos, bem como ao programa de resseguro das mesmas.

3.3 Pilar III - Apresentação e Divulgação de Informação

O Pilar III surge como um reforço do segundo, desenvolvendo questões para fins de supervisão e divulgação pública.

Compete a cada Companhia de Seguros divulgar todas as informações pertinentes relativas à sua situação financeira e de solvabilidade, devendo as mesmas ser actualizadas sempre que necessário principalmente em situações de incumprimento do Requisito Mínimo de Capital (MCR) ou do Capital para Solvência (SCR).

Assim, é aconselhado que cada seguradora estabeleça a informação que deverá divulgar, quer ao público em geral, quer para efeitos de supervisão entre as entidades

supervisoras. Este sistema visa sobretudo aumentar a transparência e disciplina de mercado.

3.4 Estudos de Impacto Quantitativo (QIS)

Os Estudos de Impacto Quantitativo (QIS – Quantitative Impact Studies) são resultado de uma necessidade de avaliar, quantitativamente, o impacto que a introdução de novos métodos para o cálculo dos requisitos de capital irá causar, bem como de recolher elementos quantitativos necessários para suportar a Directiva 2009/138/CE do Parlamento Europeu e do Conselho de 25 de Novembro de 2009. Este processo teve início em 2005 com um estudo preliminar - Preparatory Field Study – e teve continuidade nos Estudos de Impacto Quantitativo (QIS 1, QIS 2, QIS 3, QIS 4 e QIS 4 bis) realizados até à data. Em 2010, foi lançado um novo desafio para as empresas de seguros, o QIS 5, que decorreu entre os meses de Agosto e Novembro. Por se tratar de um estudo tão recente, não se encontram ainda disponíveis as suas conclusões finais.

Através da elaboração destes estudos, é possível definir as opções de avaliação das provisões técnicas e o cálculo dos requisitos de capital propostos para o novo modelo de solvência dos ramos Vida e Não Vida da Actividade Seguradora.

Em seguida, serão apresentados os principais objectivos e pontos relevantes no âmbito do Ramo Não Vida de cada estudo, pelo que para um maior detalhe sobre todos os pressupostos utilizados no decorrer de cada exercício, deverá ser consultado o *site* da APS, assim como os documentos com as especificações técnicas (*Technical Specifications*) associados a cada exercício disponibilizados pelo CEIOPS e/ou pelo ISP.

3.4.1 Quantitative Impact Study 1

O primeiro estudo de impacto quantitativo – QIS 1 – avaliou, sobretudo, o nível de prudência das provisões técnicas em vigor e os impactos provenientes da utilização da

Melhor Estimativa (*Best Estimate*) e dos percentis de segurança (percentil 75 e percentil 90) nas provisões técnicas nomeadamente, na provisão para sinistros, na provisão para prémios não adquiridos e na provisão para riscos em curso, apresentadas no Capítulo 2.

Este estudo teve lugar no fim do ano de 2005 (Outono/Inverno) e dele foi possível concluir que considerando como método de avaliação das responsabilidades a Melhor Estimativa adicionada da Margem de Prudência (ou Risco), os valores obtidos são inferiores comparativamente com as actuais provisões e que, uma vez admitida a possibilidade de desconto nas provisões, este provoca uma diminuição significativa no valor das mesmas. Contudo, a análise dos resultados obtidos deverá ser feita com algum cuidado na medida em que são várias as limitações a que este estudo esteve sujeito (por exemplo, falta de homogeneidade dos dados). Para um maior detalhe sobre este estudo, consulte-se CEIOPS-FS-11/05.

3.4.2 Quantitative Impact Study 2

Entre Maio e Julho de 2006, foi efectuado o QIS 2, que teve como principal objectivo testar a metodologia a adoptar no cálculo dos Requisitos de Capital (SCR), mais especificamente, no desenho das fórmulas ou cenários a aplicar aos principais tipos de risco a cargo das seguradoras. O QIS 2 dividiu a Formula *Standard* para o cálculo do SCR em módulos dos quais fazem parte: o Risco de Subscrição Não Vida (SCR_{nl}), o Risco de Crédito (SCR_{cred}), o Risco de mercado (SCR_{mkt}), o Risco Operacional (SCR_{op}), o Risco de Subscrição Saúde (SCR_{health}) e o Risco de Subscrição Vida (SCR_{life}), tal como é ilustrado através da Figura 8.

No âmbito deste exercício e através da utilização de uma matriz de correlação com orientações pré-definidas, foi testada individualmente a diversificação entre Riscos/Módulos bem como a sua independência completa e a inexistência de diversificação dos mesmos. Assim, o CEIOPS optou por dividir os principais módulos de risco utilizados no cálculo do SCR em vários sub-riscos.

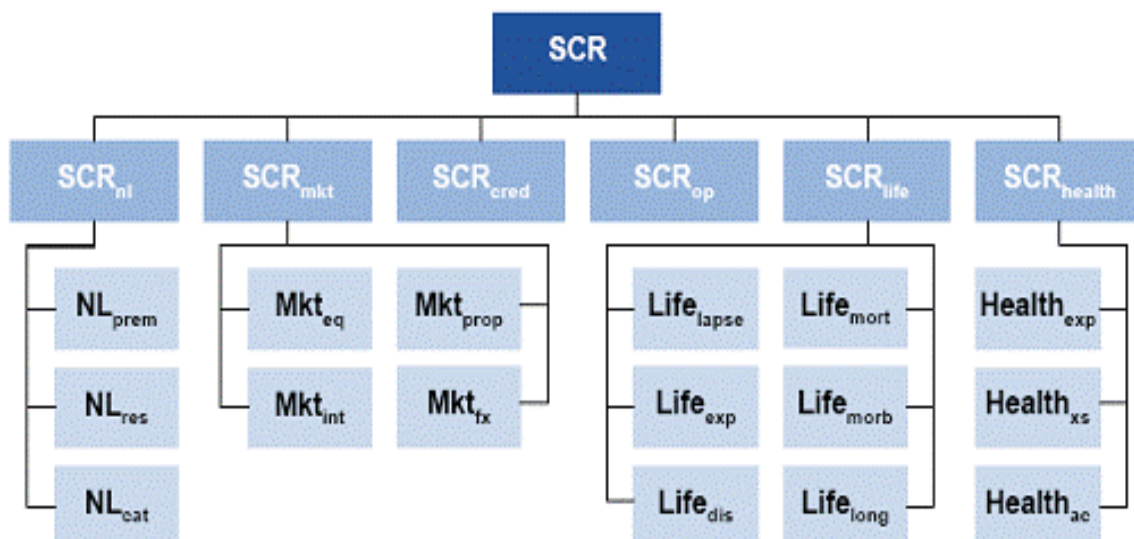


Figura 8 – Módulos de Risco para o cálculo do SCR (QIS 2) (Fonte: CEIOPS)

Para o Risco de Subscrição Não Vida, foram identificados três sub-riscos: Risco de Prémio (NL_{prem}), Risco de Reserva (NL_{res}) e Risco Catastrófico (NL_{cat}), enquanto que o Risco de Mercado foi dividido em quatro módulos: Risco de Taxa de Juro (Mkt_{int}), Risco de Accionista (Mkt_{eq}), Risco Imobiliário (Mkt_{prop}) e Risco Cambial (Mkt_{fx}). Na óptica do Ramo Vida, são seis os sub-riscos que compõem o Risco de Subscrição Vida: Risco de Mortalidade ($Life_{mort}$), Risco de Longevidade ($Life_{long}$), Risco de Morbilidade ($Life_{morb}$), Risco de Incapacidade ($Life_{dis}$), Risco de Descontinuidade ($Life_{lapse}$) e Risco de Despesas ($Life_{exp}$). Por fim, o último módulo do SCR, Risco de Saúde, é composto pelo Risco de Despesas ($Health_{exp}$), pelo Risco de Perdas/Mortalidade//Cancelamentos Excessivos ($Health_{ex}$) e pelo Risco de Epidemia/Acumulação ($Health_{ac}$).

No que diz respeito ao cálculo do MCR, o CEIOPS defendeu que, numa primeira fase, deveria ter como base o Solvência I e que, posteriormente, deveria ser baseado em componentes de resultados do SCR.

Apesar do reconhecimento por parte do CEIOPS de que os parâmetros e pressupostos utilizados no QIS 2 não devem ser considerados como definitivos, os resultados obtidos neste exercício levaram a conclusões que apontam para uma dificuldade geral do mercado europeu em analisar a informação estatística.

Em Portugal, ao nível do QIS 2, registou-se uma redução das provisões técnicas e um aumento dos requisitos de capital, sendo ainda notória a dispersão de resultados entre empresas.

Todos os pressupostos utilizados neste contexto encontram-se disponíveis, para consulta, em CEIOPS-PI-08/06.

3.4.3 Quantitative Impact Study 3

Com o propósito de possibilitar uma maior recolha de informação qualitativa sobre a execução e adequação das metodologias utilizadas no cálculo do MCR e SCR, decorreu entre os meses de Abril e Julho de 2007, o terceiro estudo de impacto quantitativo – QIS 3. Em particular, este estudo teve como objectivo verificar o impacto da introdução deste novo regime de solvência, calibrar os parâmetros do SCR e MCR e testar novas metodologias aplicadas a grupos de seguros (consulte-se CEIOPS-FS-11/07 para um maior detalhe).

A maioria dos pressupostos utilizados no QIS 2 foram mantidos neste novo exercício, sendo de salientar, as alterações ao nível da Fórmula *Standard* para o cálculo do SCR, na qual passaram a ser considerados os módulos de risco apresentados na Figura 9. Ao nível do desenho e estrutura, são notórias as reformulações no módulo do Risco Operacional, que foi transferido para um nível superior, e na introdução do Risco de *Default* da Contraparte (SCR_{def}), que representa o risco de perdas resultante do incumprimento de contrapartes (devedoras) da Companhia de Seguros.

Neste contexto, o SCR passou a ser determinado pela soma entre o SCR Básico ($BSCR$) e o SCR Operacional (SCR_{op}), onde o SCR Básico foi determinado consoante a correlação entre os módulos de riscos apresentados anteriormente e o SCR Operacional foi calculado à semelhança do QIS 2, ou seja, através de uma percentagem aplicada às provisões técnicas e dos prémios adquiridos.

De acordo com o ilustrado na Figura 9, existiram alterações ao nível dos sub-riscos considerados no exercício anterior, nomeadamente no Risco de Subscrição Não Vida, onde os Riscos de Prémios e de Reservas passaram a ser considerados em conjunto (NL_{pr}). No Risco de Mercado foram incorporados os sub-riscos de *Spread* (Mkt_{sp}) e

de Concentração (Mkt_{conc}). No Risco de Subscrição Vida foi eliminado o Risco de Morbilidade e foram incluídos o Risco de Revisão ($Life_{rev}$) e o Risco de Eventos Catastróficos ($Life_{cat}$).

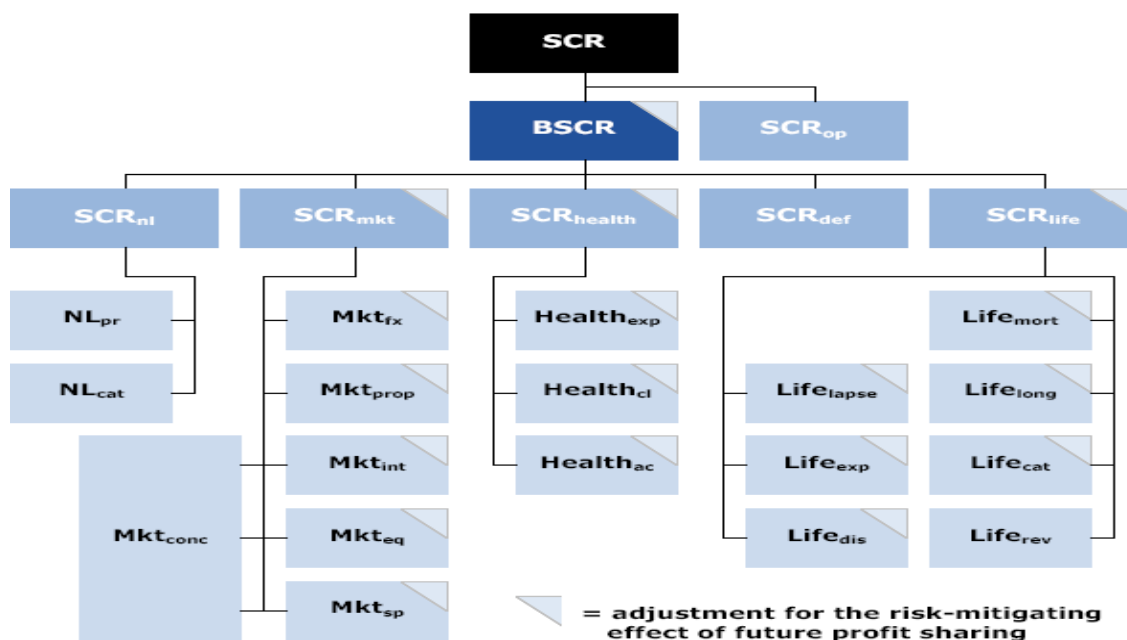


Figura 9 – Módulos de Risco para o cálculo do SCR (QIS 3) (Fonte: CEIOPS)

Com a elaboração deste estudo, foi possível concluir que tanto nos ramos Vida, como Não Vida, os requisitos de capital são superiores, em média, aos actuais. Foram ainda verificadas grandes disparidades de valores dos mesmos, bem como elevados níveis de volatilidade. Em geral, os resultados apontam, em termos médios, para uma redução das provisões técnicas. No entanto, foi notório um melhor nível de solvência no ramo Vida, uma vez que neste exercício o SCR é mais elevado nas provisões para as Companhias que exploram o ramo Não Vida.

3.4.4 Quantitative Impact Study 4

Um ano mais tarde, em 2008, foi realizado o quarto estudo desta natureza – QIS 4 – que, segundo MARKT/2504/08, visou sobretudo refinar o desenho e a calibragem das fórmulas padrão de cálculo dos requisitos de capital, assim como promover a recolha

de informação sobre o nível de preparação do mercado na área dos modelos internos (totais ou parciais).

Em contraste com o QIS 3, foram várias as evoluções registadas neste exercício, sendo de salientar a introdução das *Proxies*, definidas como métodos e aproximações simplificadas utilizados no processo de estimação da Melhor Estimativa em situações de informação histórica insuficiente. Relativamente à fórmula de cálculo do MCR, foram introduzidos limites máximos e mínimos. Contudo, as alterações mais significativas neste contexto, foram ao nível do SCR, onde não só foi introduzido um novo módulo relativo aos ajustamentos²¹ do SCR (Adj_{dt}), como foi também reformulado o módulo do Risco de Saúde, que passou a incluir os ramos de Acidentes ($Accident \& Health_{ST}$), Doença ($Health_{LT}$) e a modalidade de Acidentes de Trabalho ($Health_{WC}$).

Na Figura 10 são representados os módulos de riscos utilizados no decorrer deste exercício e utilizados para o cálculo do SCR.

O QIS 4 contribuiu para uma melhor percepção dos potenciais impactos nos requisitos quantitativos, ao nível das provisões técnicas e requisitos de capital, e para identificar quais as áreas que apresentam maiores dificuldades, no sentido de investir não só mais tempo como em recursos adequados.

Apesar da maior complexidade dos métodos de cálculo utilizados na elaboração deste exercício, assim como do curto espaço de tempo disponibilizado para o mesmo, foi verificada uma melhoria significativa ao nível da qualidade dos dados reportados. No que diz respeito às provisões técnicas, estas sofreram um aumento em comparação com o verificado no QIS 3, associado em grande parte ao maior nível de sofisticação das metodologias utilizadas e ao aumento do volume de prémios. Relativamente aos requisitos de capital, como já era esperado, verificou-se um aumento generalizado.

É importante salientar que quando se procede a uma análise dos resultados do mercado como um todo, esta pode conduzir a conclusões distintas às observáveis para cada empresa em particular. Assim, segundo esta óptica, as principais alterações verificadas foram ao nível do Capital Próprio e do Passivo, onde se registou uma redução do peso das provisões técnicas e, em contrapartida, um aumento dos fundos próprios. Esta redução deveu-se em grande parte à introdução do efeito do desconto financeiro dos *cash flows*, que actualmente não é permitido.

²¹ Ajustamentos das Provisões Técnicas e dos Impostos Diferidos.

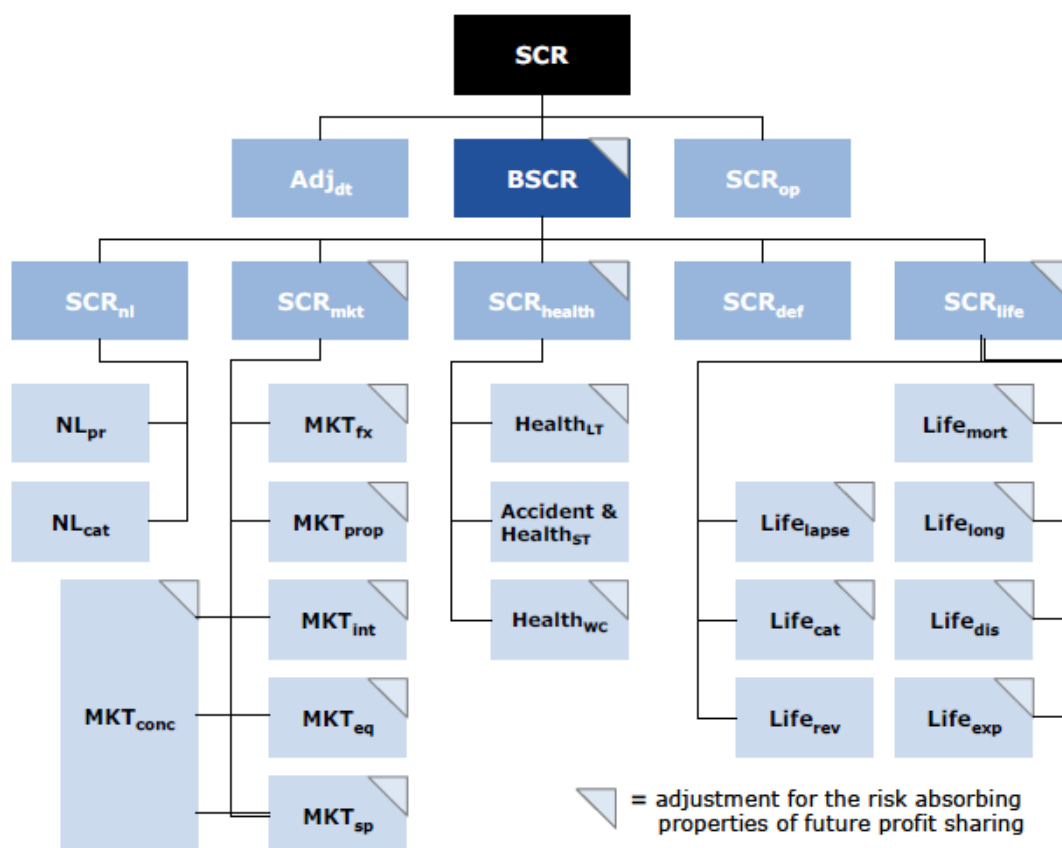


Figura 10 – Módulos de Risco para o cálculo do SCR (QIS 4) (Fonte: CEIOPS)

Os resultados deste exercício foram apresentados pelo ISP em Outubro de 2008, pelo que para uma melhor compreensão e visão do impacto deste estudo, deverá ser consultado Borginho *et al* (2008).

3.4.5 Quantitative Impact Study 4 bis

Aplicado apenas em Portugal e realizado entre Junho e Setembro de 2009, surgiu o QIS 4 bis, que não foi mais do que uma repetição do cálculo dos requisitos quantitativos do estudo anterior, com o intuito de analisar e apurar o impacto dos resultados do exercício considerando a informação de 31 de Dezembro de 2008. A elaboração deste estudo permitiu também avaliar os efeitos da crise financeira sobre a sua posição global de solvência, bem como dar um apoio contínuo na preparação das empresas do Sector Segurador para a entrada em vigor do regime de Solvência II.

Ao contrário do verificado nos estudos anteriores, não existiu uma coordenação europeia centrada neste exercício, pelo que a divulgação e organização em Portugal deste ficou a cargo do ISP e da APS.

Este novo estudo manteve uma estrutura idêntica ao QIS 4, tendo sido notória uma diminuição do nível de participação, atribuída em grande parte ao âmbito nacional desta iniciativa, ainda assim bastante representativa em relação à quota de mercado. O contexto em que ocorreu o exercício também não contribuiu para a adesão das empresas, uma vez que o impacto da crise financeira sobre a economia real se traduziu em taxas de crescimento do produto negativas na generalidade dos países desenvolvidos.

Contudo, foram incluídos novos pressupostos dos quais, a alteração nas tábuas de mortalidade utilizadas, a introdução do desconto, a alteração das metodologias de cálculo das provisões técnicas, a actualização dos limites inferior e superior aplicáveis ao MCR (para 25%-45%) e a adopção de um novo desenho e calibragem do risco de crédito da contraparte.

Em geral, face ao QIS 4, foi verificado um aumento do capital próprio e uma diminuição das provisões técnicas, assim como um aumento da volatilidade dos resultados. Relativamente aos ramos Não Vida, a redução observada nas provisões técnicas, poderá estar associada à introdução do desconto financeiro dos *cash-flows*, à eliminação de alguma prudência reflectida na alteração das metodologias e pressupostos no cálculo destas e à inclusão de prémios futuros dos contratos em vigor. No entanto, os “problemas” encontrados nos estudos anteriores têm tendência para se manter, ou seja, há ainda uma necessidade de melhorar as metodologias de cálculo, em particular, das provisões das participações futuras.

Para um maior detalhe sobre os resultados deste exercício é aconselhada a leitura de Guiné (2009).

3.4.6 Quantitative Impact Study 5

Em 2010 surgiu um novo estudo de impacto quantitativo – QIS 5 – que decorreu entres os meses de Agosto e Novembro. Por se tratar do último estudo desta natureza

de carácter opcional, foi prevista uma forte adesão por parte das Empresas de Seguros. Visa sobretudo testar a estrutura e calibragem da Fórmula *Standard* como introduzir alterações ao nível do desenho e tarifação de alguns produtos do sector, assim como revisões na estrutura organizacional, nos investimentos e gestão activo-passivo (através da metodologia ALM, exposta em Leandro (2004) – “*Asset Liability Management*”, o instrumento que permite a definição da política de investimentos, com base na análise das características das responsabilidades que a empresa assumiu para com os seus clientes) e nas políticas de resseguro e de transferência/mitigação dos riscos.

Neste novo exercício, são ainda incluídos os prémios futuros no cálculo da Melhor Estimativa, dentro dos limites pré-definidos, assim como foi tido em conta um prémio de liquidez no desconto das provisões técnicas nos casos de responsabilidades ilíquidas. Foram utilizadas estruturas temporais de taxas de juro idênticas para todos os participantes, introduzidos critérios *grandfathering*²² na abordagem aos fundos próprios e desenvolvida uma nova abordagem ao risco catastrófico nos ramos Não Vida com o objectivo de definir cenários catastróficos abrangendo as várias linhas de negócio. De acordo com as especificações técnicas (ver Comissão Europeia (2010)) do referido exercício, o SCR encontra-se dividido nos módulos ilustrados na Figura 11.

No presente contexto, o Risco dos Activos Intangíveis (novo módulo de risco – *Intang*), representa o risco de perdas resultante da deterioração do valor de mercado dos activos intangíveis e é obtido através de uma percentagem (80%) aplicada ao valor de mercado dos mesmos. *Edvinsson et al* (1999) definem activo intangível como “*Um activo que não é visível num balanço contabilístico tradicional mas que apesar disso acrescenta valor à empresa*”.

Na óptica dos seguros do Ramo Não Vida, são considerados três módulos de risco: Risco de Prémio e Provisão, Risco de Descontinuidade e Risco Catastrófico, sendo o primeiro definido como o risco de perdas resultante da subestimação das responsabilidades por sinistros futuros (risco de prémio) e por sinistros já ocorridos (risco de provisão). O Risco de Descontinuidade representa o risco de perdas que resulta de variações na frequência de renovações (de apólices) e por fim, o Risco

²² Entenda-se por critérios de “grandfathering” a possibilidade de adiar a aplicação de regras definidas para um exercício, permitindo a utilização de outras aplicadas em períodos anteriores e que se encontrem ainda em vigor.

Catastrófico, tal como a própria designação indica, representa o risco de perdas resultante da ocorrência de eventos extremos.

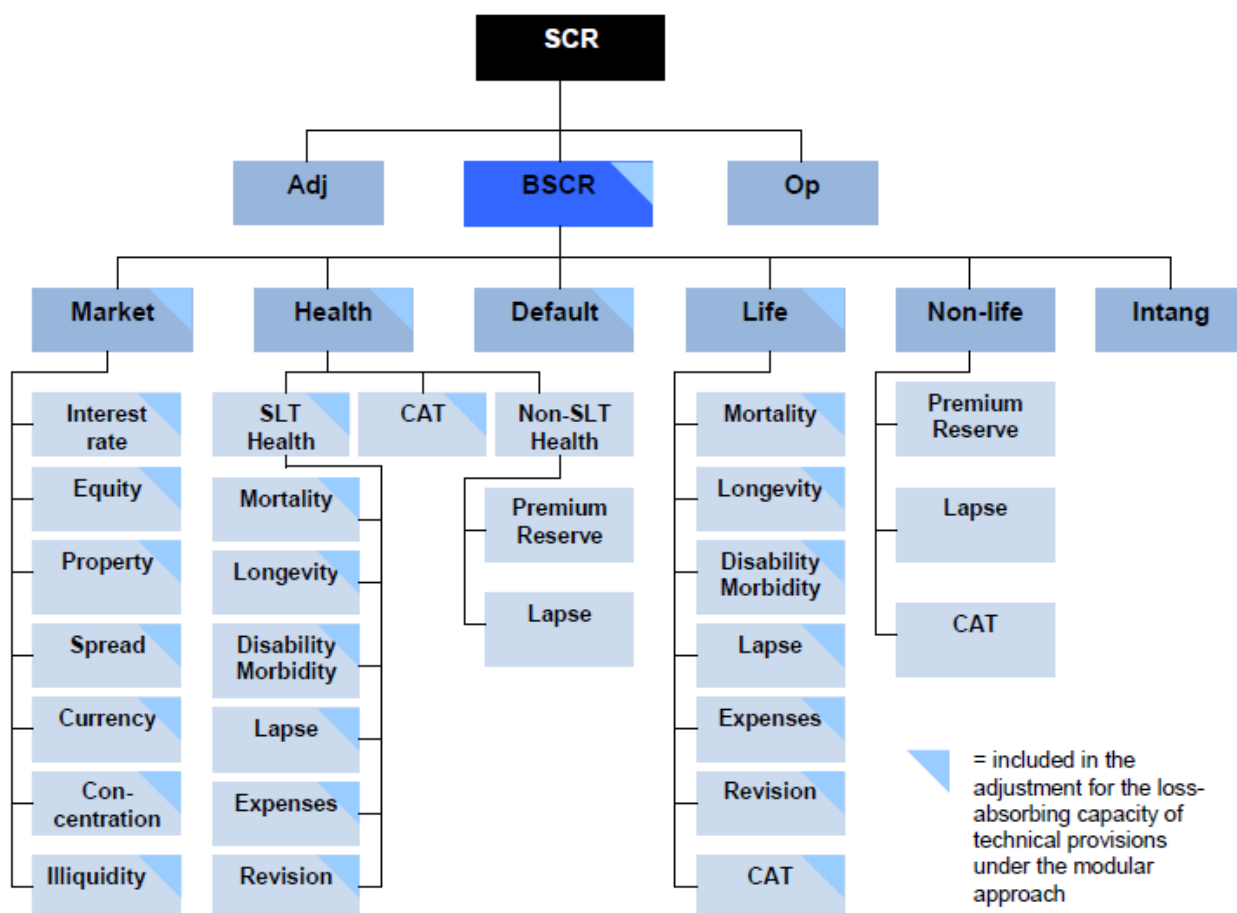


Figura 11 – Módulos de Risco para o cálculo do SCR (QIS 5) (Fonte: CEIOPS)

Aos olhos do CEIOPS, as maiores fontes de risco no QIS 5 encontram-se associadas ao Risco de Mercado, mais especificamente no *mismatching* entre activos e passivos, especialmente para durações elevadas, na exposição a activos não congruentes, a acções não cotadas, produtos estruturados de crédito e a títulos com baixos níveis de *rating* ou até mesmo sem *rating*. No módulo do Risco de Crédito da Contraparte, a exposição elevada a contrapartes com baixos níveis de *rating* revela também uma fonte de risco e nos seguros do Ramo Não Vida, algumas classes de negócio (Responsabilidade Civil Geral, Crédito e Caução, Marítimo, Aéreo e Transportes, etc.), exigem requisitos de capital mais elevados, devido à natureza volátil dos seus riscos.

A fórmula utilizada para o cálculo dos Requisitos de Capital, como já foi referido anteriormente, é composta pela soma dos três principais módulos ilustrados na Figura 11 e é representada na seguinte forma:

$$SCR = BSCR + Adj + SCR_{op}$$

i) Fórmula para o cálculo do BSCR

$$BSCR = \sqrt{\sum_{ij} Corr_{ij} \times SCR_i \times SCR_j} + SCR_{intangibles}$$

onde $Corr_{ij}$ representa a posição (i, j) da matriz de correlação apresentada no Quadro 6.

Quadro 6 - Matriz de Correlação utilizada no cálculo do BSCR (QIS 5)
(Fonte: CEIOPS)

i \ j	Market	Default	Life	Health	Non-life
Market	1				
Default	0.25	1			
Life	0.25	0.25	1		
Health	0.25	0.25	0.25	1	
Non-life	0.25	0.5	0	0	1

As variáveis SCR_i e SCR_j representam os Requisitos de Capital individuais para cada tipo de risco, de acordo com as linhas e colunas da matriz de correlação. Por fim, o $SCR_{intangibles}$ apresentado em QIS5 *Technical Specifications* (2011) – CEIOPS, é dado por:

$$SCR_{intangibles} = 0,8 \times \text{valor do activo intangível}$$

e não é mais do que o requisito de capital para os activos intangíveis.

ii) Fórmula para o cálculo dos Adj

$$Adj = Adj_{TP} + Adj_{DT}$$

onde Adj_{TP} e Adj_{DT} representam os ajustamentos das provisões técnicas e dos impostos diferidos, respectivamente.

iii) Fórmula para o cálculo do SCR_{op}

$$SCR_{op} = \min(0,3 \times BSCR; OP) + 0,25 \times Exp_{ul}$$

em que OP representa o risco operacional básico para todo o tipo de negócio, à excepção do seguro de vida onde o risco de investimento fica a cargo dos segurados e a variável Exp_{ul} representa o valor de despesas anuais incorridas durante os 12 meses precedentes relativos ao seguro de vida onde o risco de investimento é da responsabilidade dos segurados.

No âmbito do QIS 5, a definição para o cálculo da Melhor Estimativa é dada pela expressão seguinte:

$$ME = E \left(\sum_i \frac{CF_i}{(1 + r_i)^i} \right)$$

em que CF_i denota o *cash flow* (não descontado) a pagar/receber no momento i e r_i a taxa de juro sem risco para a maturidade i , atendendo a que a avaliação se reporta ao momento $i = 0$.

Por outro lado, o cálculo da Margem de Risco aparece definido como:

$$MR = \sum_{i=0,1,\dots} \frac{6\% \cdot SCR_i^{CoC}}{(1 + r_{i+1})^{i+1}}$$

onde, para $i = 0,1,2, \dots$, SCR_i^{CoC} representa o montante de requisito de capital (SCR) exigido no início de cada ano futuro até ao *run-off* completo das responsabilidades.

Foi elemento de discussão o uso de intervalos de confiança (percentis de 60%, 75% ou 90%) ou o uso do *Cost of Capital*²³ (COC), definido como o valor exigido por um accionista que tencione assumir as responsabilidades de uma Companhia, por contrapartida do montante dispendido.

Relativamente aos fundos próprios, foram definidos limites prudenciais com o objectivo de garantir a qualidade mínima dos mesmos. Assim, para efeitos de cobertura do SCR, os elementos de *tier 1* são sujeitos a um mínimo de 33% e os elementos de *tier 3* a um máximo de 33%. Ao nível de cobertura do MCR, apenas são elegíveis os fundos próprios de base onde os elementos de *tier 1* são sujeitos a um mínimo de 50%. Para elementos de *tier 2* estes limites podem ser agravados.

²³ Custo do Capital – taxa de rentabilidade que um projecto deve atingir, de forma a que contribua para o aumento do valor do capital dos accionistas.

4 MODELO INTERNO PARCIAL

Um modelo interno, total ou parcial, é considerado como uma opção estratégica para as empresas de seguros, na medida em que permite uma melhor gestão do risco e um melhor conhecimento do negócio. Segundo Garcia (2010), não consiste apenas num simples modelo matemático, uma vez que poderá englobar dados e até mesmo modelos e/ou métodos de cálculo não desenvolvidos pela própria Companhia. Contudo, este tipo de modelos está sujeito a uma aprovação prévia pelas autoridades de supervisão. Na Directiva 2009/138/CE de 25 de Novembro de 2009, são estabelecidos os requisitos que um modelo desta natureza tem que cumprir no acto de aprovação, assim como de forma continuada.

A presente dissertação tem como objectivo calcular o valor do capital a alocar ao risco de insuficiência de prémios e ao risco de insuficiência das provisões para sinistros. Como tal, será elaborado um modelo interno parcial no âmbito da quantificação das Provisões Técnicas, que tal como anteriormente referido, se dividem em provisões para prémios e provisões para sinistros. A primeira tem como objectivo cobrir os custos de sinistros ainda não ocorridos que, possivelmente, se originarão das apólices em vigor no final do exercício. As provisões para sinistros dizem respeito a sinistros já ocorridos, quer tenham sido reportados à Companhia ou não.

A Companhia de Seguros estudada é uma Companhia de pequena dimensão que explora apenas os Ramos Não Vida. A maioria da sua carteira concentra-se no Ramo Automóvel, tendo sido por isso o ramo de eleição para este estudo. Explora também os restantes Ramos Não Vida, nomeadamente os ramos patrimoniais, pessoais e de responsabilidade civil.

De seguida, iremos apresentar todos os passos efectuados até à determinação dos montantes a provisionar, tanto ao nível dos prémios como de sinistros, tendo recorrido, sempre que necessário, à utilização do *software R*²⁴ em complemento com a aplicação do *Visual Basic for Applications (VBA)*. No Anexo A podem ser consultados todos os códigos de programação utilizados neste capítulo.

Para efeitos deste estudo foram considerados os dados a 31 de Dezembro de 2009.

A Companhia fictícia considerada teve por base a informação real de uma Companhia de Seguros, pelo que a fim de salvaguardar o anonimato da mesma, os valores monetários

²⁴O *Software R* é livre e está disponível em www.r-project.org.

apresentados foram convertidos noutra unidade, pelo que passaremos a designar a unidade monetária por u.m..

4.1 – Risco de Insuficiência dos Prémios

É importante referir que os contratos de seguro do Ramo Automóvel têm geralmente duração de um ano, em que a Companhia de Seguros recebe antecipadamente os prémios e compromete-se a pagar os possíveis sinistros relativos às apólices em vigor.

Atendendo a que à data do encerramento contabilístico apenas uma parte dos prémios emitidos dizem respeito ao período decorrido (prémios adquiridos), a Seguradora é legalmente obrigada a constituir uma provisão para prémios não adquiridos (PPNA) com os prémios relativos ao período de vigência de cada apólice ainda não decorrido. Esta provisão deve ser suficiente para cobrir o custo último total dos sinistros futuros²⁵. No entanto, para salvaguardar possíveis situações de insuficiência de prémios, a Seguradora é obrigada, por parte das entidades reguladoras, a constituir uma provisão para insuficiência de prémios, usualmente designada por provisão para riscos em curso (PREC).

Ainda assim, existe o risco de que estas duas provisões não sejam suficientes para fazer face à sinistralidade futura. Neste ponto, serão apresentados os passos necessários para proceder à quantificação deste risco, tendo por base o número de sinistros ocorridos em 2009 e o seu custo último a Maio de 2010. Como tal, foi analisada a carteira de sinistros da Companhia de Seguros em estudo e foram construídas as funções de distribuição para o número de sinistros (N) e para as indemnizações individuais (X_i), com $i = 1, \dots, N$.

Utilizando o Modelo de Risco Colectivo, que é caracterizado pela análise de cada indemnização originada pela carteira e não apenas por cada apólice num âmbito individual, modelaram-se as indemnizações agregadas da carteira, S , escritas como a soma de um número aleatório N , de pagamentos individuais (X_1, X_2, \dots, X_N), ou seja:

$$S = \sum_{i=1}^N X_i$$

Por fim, procedeu-se à simulação das indemnizações agregadas e a estas, foram aplicadas as medidas de risco VaR e $TVaR$ apresentadas no Capítulo 2. No âmbito do Projecto

²⁵ Neste contexto, são considerados como sinistros futuros os sinistros que ocorrem durante o restante período de vigência das apólices.

Solvência II, o CEIOPS optou por escolher como medida de risco de eleição o VaR , para um nível de confiança de 99,5%. No entanto, para uma melhor percepção da prudência de cada uma destas medidas, no modelo interno desenvolvido, iremos apresentar os valores obtidos para as duas medidas de risco referidas anteriormente e para três diferentes níveis de confiança: 95%, 99% e 99,5%.

Tendo em conta a calibração apresentada no desenvolvimento do Projecto Solvência II, iremos assumir o *run-off* da carteira em vigor a 31/12/2009, considerando que não existe nem produção nova nem produção continuada, ou seja, que os sinistros a modelar serão relativos aos sinistros que irão ocorrer de 1/1/2010 até ao completo vencimento das apólices – Sinistros Futuros. O número de sinistros usado foi o *pró-rata*²⁶ do número de dias de exposição ao risco que cada apólice subscrita no ano de 2009 vigorou no decorrer do ano de 2010.

4.1.1 – Função de Probabilidade para o Número de Sinistros (N)

Para a modelação do número de sinistros (N) foram consideradas as distribuições de *Poisson* e *Binomial Negativa*, por serem estas que, habitualmente, no âmbito da Actividade Seguradora, melhor reflectem o comportamento do número de sinistros ocorridos. As funções de probabilidade de cada uma destas distribuições são, respectivamente:

- Distribuição de Poisson (λ):

$$P[N = n] = \frac{e^{-\lambda} \lambda^n}{n!}, \quad n \in \mathbb{N}$$

- Distribuição Binomial Negativa (α, p):

$$P[N = n] = \binom{\alpha + n - 1}{n} p^n (1 - p)^\alpha, \quad n \in \mathbb{N}$$

²⁶ O valor do *pró-rata* considerado foi de 55%, que corresponde ao número de apólices subscritas em 2009 que vigoraram em 2010, ficando assim expostas ao risco até ao seu completo vencimento.

Os parâmetros destas distribuições foram determinados recorrendo ao *software R*, através do Método da Máxima Verosimilhança. Este método encontra-se exposto em Murteira (1980), pelo que para uma melhor compreensão do mesmo é aconselhada a sua leitura.

Para decidir qual a melhor distribuição a ajustar aos dados analisados, utilizámos o Teste do *Qui-Quadrado*, por nos parecer o teste mais adequado para estudar o ajustamento de distribuições discretas. Como se trata de um teste assintótico, foi necessário agrupar os dados em m classes, de acordo com o número de sinistros de cada apólice.

Admitindo que o número de sinistros relativos à carteira automóvel da Companhia em estudo segue uma distribuição de *Poisson* de parâmetro $\lambda = 0,110609873$, obtivemos os valores apresentados no Quadro 7. Da aplicação do Teste do *Qui-Quadrado*, resultou um valor de estatística de teste bastante elevado, pelo que, se conclui que a hipótese $H_0: N \sim \text{Poisson}(\lambda)$ é claramente rejeitada.

Quadro 7 – Teste do *Qui-Quadrado* para a hipótese $H_0: N \sim \text{Poisson}(\lambda)$ ao Número de Sinistros

Nº Sinistros	Freq. Observadas	P(N=n)	Freq. Esperadas
0	104.190	0,895288000	103.200
1	9.651	0,099027690	11.415
2	1.234	0,005476720	631
3	160	0,000201926	23
≥ 4	35	0,000005710	1
n	115.270	1	115.270
Est. Teste		3.452,53	
p-value		0,000	

Testou-se então a hipótese da distribuição do número de sinistros ser *Binomial Negativa* de parâmetros $\alpha = 0,566298481$ e $p = 0,8365975$. Pela análise do Quadro 8, podemos concluir que este ajustamento se revelou muito melhor face ao anterior, sendo notória uma grande diminuição do valor da estatística de teste obtido. Assim, comparando a estatística de teste obtida com os valores tabelados para efeitos da aplicação do Teste do *Qui-Quadrado*, concluímos que a hipótese $H_0: N \sim \text{Binomial Negativa}(\alpha, p)$ não é rejeitada. É também evidente a bondade do ajustamento, analisando o valor do *p-value* obtido.

O Quadro 9 mostra, de uma forma resumida, o resultado dos dois ajustamentos, evidenciando de forma clara a escolha da distribuição *Binomial Negativa* para o número de sinistros N .

Quadro 8 – Teste do Qui-Quadrado para a hipótese $H_0: N \sim \text{Binomial Negativa}(\alpha, p)$ ao Número de Sinistros

Nº Sinistros	Freq. Observadas	P(N=n)	Freq. Esperadas
0	104.190	0,903901791	104.193
1	9.651	0,083642179	9.641
2	1.234	0,010703568	1.234
3	160	0,001496143	172
≥ 4	35	0,000256318	30
n	115.270	1	115.270
Est. Teste		1,92	
p-value		0,384	

Quadro 9 – Resultados dos ajustamentos efectuados ao Número de Sinistros

Teste do Qui-Quadrado				
		Binomial Negativa	Poisson	
Est. Teste		1,9167	3.453	
χ^2 (0.95)	5,9915	Não Rejeitar	7,8147	Rejeitar
χ^2 (0.99)	9,2103	Não Rejeitar	11,3449	Rejeitar
χ^2 (0.995)	10,5966	Não Rejeitar	12,8382	Rejeitar

Uma vez ajustada a distribuição do número de sinistros, procedemos ao ajuste da distribuição das indemnizações individuais (X_i), para mais tarde passarmos à simulação do valor das indemnizações agregadas S da carteira em estudo e assim, determinarmos qual o valor de capital que a Companhia de Seguros deverá deter, ao nível dos prémios, para fazer face às suas responsabilidades.

4.1.2 – Função Distribuição para as Indemnizações Individuais (X_i)

Trabalhar com dados reais nem sempre se torna uma tarefa fácil na medida em que a existência de elevadas discrepâncias dos valores em estudo, a própria natureza dos mesmos e até a dimensão da amostra considerada conduzem a que o investigador opte por encarar cada problema de maneiras distintas e recorrer a métodos diferentes.

Às indemnizações individuais X_i 's foram ajustadas, numa fase inicial, as distribuições *Exponencial*, *Pareto*, *Gama*, *Normal*, *Lognormal* e *Unifome*, expostas em Murteira (1979), tendo-se recorrido ao Método da Máxima Verosimilhança e/ou ao Método dos Momentos para determinar os parâmetros das mesmas. Para concluir qual a distribuição que melhor se ajusta à nossa amostra de dados, aplicámos o Teste de *Kolmogorov-Smirnov*, enunciado em Murteira (1980), às distribuições acima referidas. Contudo, as hipóteses consideradas foram sempre rejeitadas, pois nenhuma destas distribuições se revelou adequada para a amostra de dados em estudo.

Assim sendo, e com o intuito de desenvolvermos um modelo que se ajuste de forma aceitável aos nossos dados, optámos por recorrer à utilização de uma mistura de distribuições. Atendendo aos elevados valores da amostra considerada, em vez de trabalharmos directamente com os valores das indemnizações individuais, optámos por utilizar o logaritmo das mesmas ($\log(X_i)$ com $i = 1, \dots, N$), conforme apresentamos no gráfico da Figura 12, o qual revela uma densidade tri-modal, justificando a escolha do modelo final.

Ao longo de todo o processo de desenvolvimento deste projecto, foram várias as tentativas efectuadas em busca de um modelo matemático que representasse de uma forma o mais fidedigna possível, a realidade da Actividade Seguradora, em particular, a da Companhia de Seguros fictícia estudada. Algumas destas tentativas serão brevemente enunciadas no decorrer desta secção, evidenciando a evolução constante de modelo para modelo, até à “descoberta” do modelo final, que nos permitiu obter a melhor estimativa do montante de capital que a Companhia de Seguros em causa deverá alocar para fazer face a possíveis sinistros, decorrentes de apólices subscritas em 2009, que irão ocorrer em 2010.

Mais uma vez, escolhemos o Teste de *Kolmogorov-Smirnov* para verificarmos se os modelos desenvolvidos se ajustavam à nossa amostra de dados. Contudo, constatámos que as hipóteses consideradas em todas estas tentativas foram sempre rejeitadas, devido à elevada dimensão da amostra em estudo, provocando assim um valor teórico (que iremos designar de $D_{teórico}$) extremamente pequeno, tal como é possível observar pela expressão

que se segue, na qual considerámos um nível de significância $\alpha = 5\%$ e onde n representa a dimensão da amostra.

$$D_{teórico} = \frac{1,36}{\sqrt{n}} = 0,0089435, \text{ para } \alpha = 5\% \quad (4.1)$$

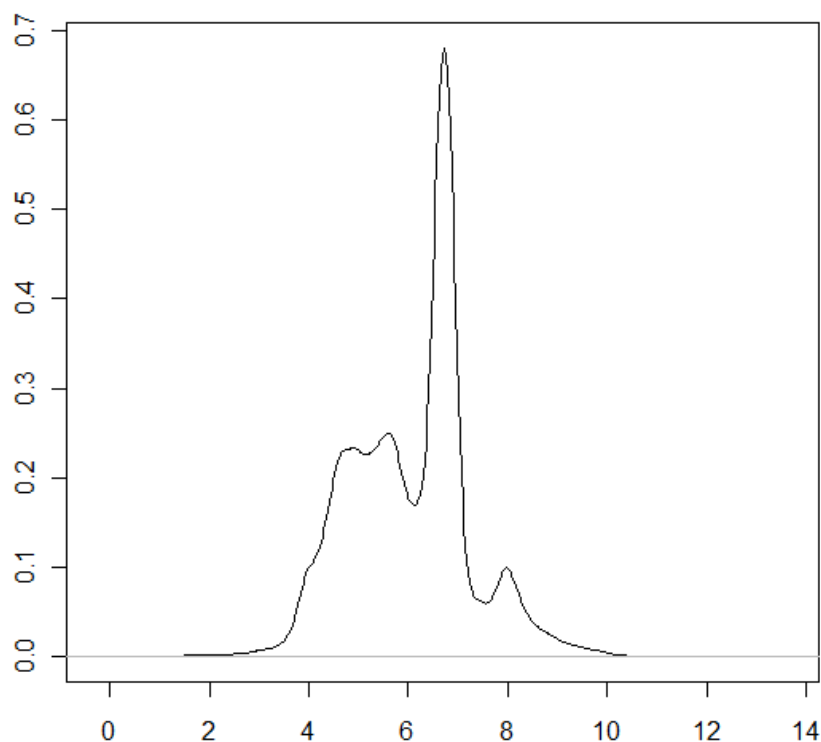


Figura 12 – Gráfico da função densidade do logaritmo da amostra.

Este teste é também conhecido por ser bastante conservador o que contribui para que facilmente se rejeite a hipótese nula, não querendo contudo dizer que o modelo construído seja um mau modelo pois, segundo *Klugman et al* (2004), quando se utiliza este teste é preciso estar ciente de que: “*embora todos os nossos modelos estejam errados, alguns poderão revelar-se bastante úteis!*”.

Este caso não é uma exceção e apesar de a hipótese final considerada ser rejeitada pelo Teste de *Kolmogorov-Smirnov*, o modelo encontrado à custa de uma mistura de três distribuições traduz de forma bastante aceitável o comportamento das indemnizações da Companhia em estudo.

4.1.2.1 – Modelos Desenvolvidos

Tal como anteriormente referido, a descoberta do modelo final só foi possível devido a um longo processo de tentativas sendo que, nem todas se revelaram adequadas à realidade da Companhia em estudo. Contudo, é importante frisar que cada uma delas teve o seu grau de importância, na medida em que proporcionaram uma melhoria de modelo para modelo, isto é, permitiram que o modelo seguinte fosse sempre melhor que o anterior.

Assim, de entre todos os modelos testados, os que se revelaram fundamentais para a construção do modelo final considerado foram os modelos compostos pelas seguintes misturas de distribuições²⁷:

- *t-Student + t-Student + Pareto*;
- *Normal + Normal + Pareto Generalizada*;
- *Normal + Normal + Pareto*;
- *Normal + Normal + Normal + Pareto*.

O último modelo estudado recaiu na mistura composta pelas distribuições: *Normal + Normal + Normal*, com função de distribuição definida por:

$$F(x) = 0,5576956 \times F_1(x) + 0,3301017 \times F_2(x) + 0,1122027 \times F_3(x), \quad x \geq 0$$

onde $F_1(x)$ representa uma distribuição *Normal* com parâmetros $\mu = 5,2496763$ e $\sigma = 0,8656721$, $F_2(x)$ representa uma distribuição *Normal* com parâmetros $\mu = 6,7290895$ e $\sigma = 0,1540455$ e por fim, $F_3(x)$ representa uma distribuição *Normal* com parâmetros $\mu = 8,0274266$ e $\sigma = 0,4804523$. Os pesos de cada uma destas distribuições são de 0,5576956; 0,3301017; 0,1122027, respectivamente.

Os parâmetros considerados foram obtidos através do comando *mde* do *package actuar* do *Software R*, minimizando a distância entre as distribuições teórica e empírica. O referido *software* apresenta três métodos utilizados na minimização da distância, sendo que neste trabalho optámos por utilizar o Método *Cramér-von Mises* (CvM), que minimiza a diferença quadrática entre as funções de distribuição teórica e empírica.

²⁷ No Anexo B são apresentados todos os detalhes de cada um dos modelos acima enunciados, juntamente com os gráficos de cada função de distribuição.

Tendo como *input* os parâmetros introduzidos pelo utilizador, este comando devolve uma optimização dos mesmos, indicando, através da medida *distance*, o grau de optimização efectuado. Considerando $F(x)$ e $F_n(x)$, respectivamente, a função de distribuição teórica e empírica e $w_1 \geq 0, \dots, w_n \geq 0$ os pesos arbitrários (cuja soma deverá ser igual a 1) associados às mesmas ($F(x)$ e $F_n(x)$), a medida *distance* é calculada da seguinte forma:

$$d(\theta) = \sum_{j=1}^n w_j [F(x_j; \theta) - F_n(x_j; \theta)]^2$$

Quanto menor for o valor desta medida, melhor será, em princípio, o modelo em causa. Para um maior detalhe sobre esta função, consulte-se o *help* do referido *Software*.

Aplicando o Teste de *Kolmogorov-Smirnov* à hipótese $H_0: X \sim F(x)$, obtivemos como estatística de teste um valor de $D = 0,0362$. Este valor revela-se superior ao valor teórico, dado pela expressão (4.1), pelo que, a hipótese H_0 é rejeitada. Atendendo ao indicador resultante da aplicação do comando *mde* anteriormente referido, temos ainda como factor de aceitação a medida *distance* = 0,7370165.

É certo que a análise gráfica não deve ser o principal indicador para a aceitação de um modelo mas, atendendo a que estamos perante um caso em que “combatemos” contra um valor crítico demasiado pequeno, a análise complementar da Figura 13, irá ter um papel fulcral na reflexão sobre aceitação deste modelo.

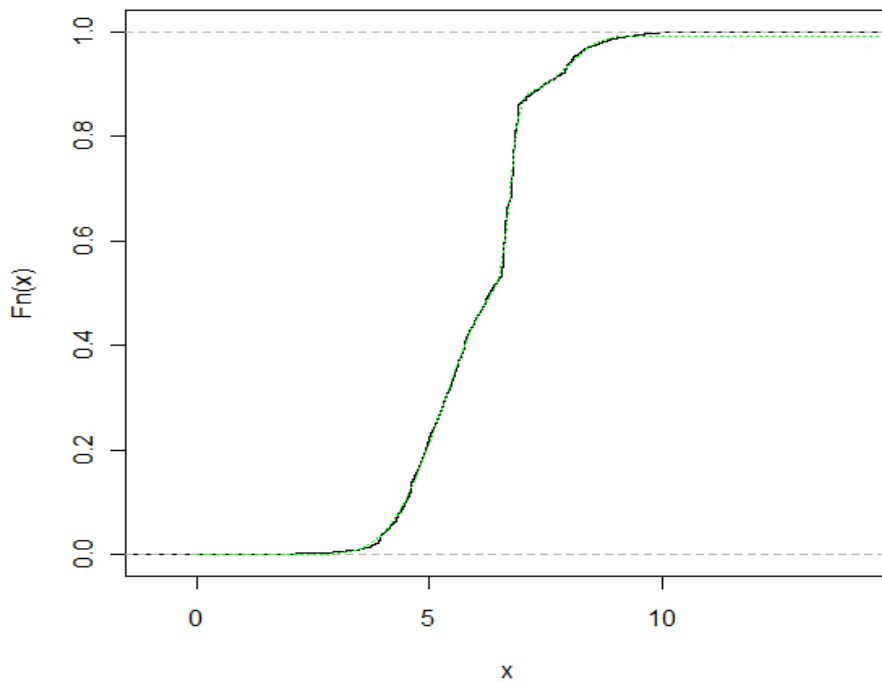


Figura 13 – Gráfico da f.d empírica com a f.d. ajustada (tracejado).

Como é possível verificar pelo gráfico apresentado, a função de distribuição ajustada (tracejado verde) segue um comportamento muito similar à função de distribuição empírica, tal como constatamos nos modelos *Normal + Normal + Pareto* e *Normal + Normal + Normal + Pareto*, detalhados em anexo. Contudo, a aplicação deste último modelo, revelou-se bastante complexa por ser uma mistura de quatro distribuições, não aparentando também nenhuma melhoria ao nível dos resultados. Assim, a escolha do modelo final recaiu entre o modelo *Normal + Normal + Pareto* e o modelo *Normal + Normal + Normal*.

Os valores que se revelaram mais aceitáveis para a realidade da Companhia em estudo, atendendo não só ao valor da estatística de teste como também ao valor da medida *distance*, foram os obtidos através da utilização do modelo *Normal + Normal + Normal*, apesar de a hipótese H_0 ser rejeitada pelo Teste de *Kolmogorov-Smirnov*.

Com vista a confirmarmos que a escolha deste modelo seria a mais adequada, resolvemos justificar, através da aplicação do Teste do Qui-Quadrado a bondade deste ajustamento. Agrupando as indemnizações individuais em classes²⁸, atendendo ao valor de cada uma, e considerando como nível de significância um valor de $\alpha = 5\%$, obtivemos os resultados apresentados no Quadro 10, de onde podemos concluir que a hipótese $H_0: X \sim F(x)$ não é rejeitada.

Quadro 10 – Teste do Qui-Quadrado para a hipótese $H_0: X \sim F(x)$

Intervalos	Freq. Observadas	$P[x \in [a,b]]$	Freq. Estimadas
$]-\infty, 30[$	193	0,009128261	198
$[30, 60[$	861	0,041623467	903
$[60, 200[$	5.232	0,240590849	5.221
$[200, 450[$	3.860	0,176930426	3.840
$[450, 630[$	1.170	0,05375425	1.167
$[630, 1000[$	6.683	0,310796564	6.745
$[1000, 1200[$	987	0,045341129	984
$[1200, 1400[$	197	0,009361578	203
$[1400, 2250[$	628	0,028259464	613
$[2250, 3000[$	572	0,02574687	559
$[3000, 3550[$	353	0,015672291	340
$[3550, +\infty[$	966	0,042794851	929
	21.702	1	21.702
Est. Teste		5,6665	
p-value		0,05882136	

²⁸ As classes foram construídas atendendo ao perfil das indemnizações individuais da Companhia de Seguros em análise.

Desta forma, estamos agora em condições de considerar o modelo composto pela mistura *Normal + Normal + Normal* como sendo o modelo final, isto é, o modelo que melhor traduz a amostra de dados da Companhia em estudo.

4.1.3 – Determinação do Capital a Alocar ao Risco de Insuficiência dos Prémios

Uma vez obtida a função de distribuição que melhor representa a amostra de dados disponibilizada pela Companhia de Seguros estudada e assumindo que o número de sinistros segue uma distribuição *Binomial Negativa*, resta-nos proceder à simulação das indemnizações agregadas, que para efeitos do presente trabalho, será de 5.000.

No Quadro 11 são apresentados os valores que resultaram da aplicação das medidas de risco *VaR* e *TVaR* às indemnizações agregadas simuladas para o modelo *Normal + Normal + Normal*, anteriormente definido.

Quadro 11 – Valores das medidas de risco *VaR* e *TVaR* obtidas pelo Modelo: *Normal + Normal + Normal*.

	95%	99%	99,5%
<i>VaR</i>	53.435	54.039	54.276
<i>TVaR</i>	53.847	54.375	54.593

Ora, uma vez que ao nível do CEIOPS, a medida de risco adoptada é o *VaR* a 99,5% e, como referido no Capítulo 2, também nós neste trabalho iremos considerar esta mesma medida, concluímos que para que a Companhia de Seguros estudada não atinja a insolvência, com uma probabilidade de 99,5%, deverá proceder a uma alocação de capital no valor de 54.276 u.m. ao risco de insuficiência de prémios. Contudo, se a Companhia desejar adoptar uma atitude prudente, poderá considerar como capital a alocar ao risco de insuficiência dos prémios o montante de 54.593 u.m., devolvido pela aplicação da medida de risco *TVaR* (99,5%).

4.2 – Risco de Reserva

Ao longo da presente dissertação, temos vindo a referir que a Actividade Seguradora se encontra associada a vários riscos, sendo o risco de subscrição, aquele que apresenta um maior peso para uma Companhia de Seguros Não Vida. Conforme enunciado na secção 2.2.1, este risco é usualmente dividido em risco de reserva e risco de prémio, tendo sido no âmbito deste último, que apresentámos no ponto anterior o valor do capital a alocar para fazer face ao risco de sinistralidade futura.

É impossível saber exactamente quantos sinistros irão ocorrer durante um determinado exercício e qual o custo associado a cada um deles. Neste sentido, iremos recorrer a metodologias adequadas que nos permitem determinar, de uma forma o mais fidedigna possível, o montante que a Companhia de Seguros estudada deverá alocar para cumprir com as suas obrigações contratuais.

Nesta secção, iremos apresentar, de uma forma resumida, todas as fases do processo que nos permitiu determinar a função de distribuição das provisões para sinistros simuladas, recorrendo à metodologia *Bootstrap*, exposta na componente teórica deste trabalho. Desta forma, determinadas as medidas de risco *VaR* e *TVaR*, para os diferentes níveis de confiança 95%, 99% e 99,5%, obtivemos o montante de capital que a empresa estudada deverá alocar para fazer face aos sinistros ocorridos.

4.2.1 – Aplicação do Método *Bootstrap*

De acordo com o enunciado na Secção 2.5, o Método *Bootstrap* tem como base a metodologia de *Chain-Ladder*, que apesar de todas as suas limitações, continua a ser um dos métodos mais utilizado no âmbito do provisionamento de sinistros, devido, sobretudo, à sua simplicidade, ao facto de produzir resultados muito similares à realidade e por não assumir qualquer distribuição de probabilidade para os dados.

Tendo como objectivo a estimação das reservas a constituir para fazer face ao custo com sinistros, quer tenham sido declarados ou não, construímos, com base nos valores históricos da Companhia fictícia estudada, o triângulo dos montantes pagos do Ramo Automóvel, desde o ano 2001 até 2009.

Desta forma, recorrendo ao Método *Chain-Ladder*, calculámos as estimativas dos factores de desenvolvimento f_k , conforme apresentado no Quadro 12. Estes factores permitirão

determinar os montantes de responsabilidade total em cada ano de ocorrência, bem como uma estimativa de provisão a constituir.

Quadro 12 – Triângulo dos Montantes Pagos do Ramo Automóvel - acumulado (u.m.)

Ano Ocorrência	Ano de Desenvolvimento								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
2001	19.072	29.692	31.394	33.501	37.878	41.535	42.473	42.970	43.948
2002	30.450	46.423	50.152	54.842	59.905	63.750	66.255	69.468	
2003	35.645	55.955	63.177	69.543	73.476	76.796	77.585		
2004	45.157	68.980	77.334	80.229	84.147	86.823			
2005	52.439	84.957	90.710	94.595	97.966				
2006	68.357	98.579	110.393	118.744					
2007	73.548	105.630	115.165						
2008	66.899	101.860							
2009	61.302								

k	0	1	2	3	4	5	6	7	8
f_k	1,5121	1,0981	1,0669	1,0621	1,0528	1,0232	1,0341	1,0227	1,0200

Para podermos prosseguir com a aplicação da metodologia *Chain-Ladder* é necessário a verificação dos pressupostos²⁹ assumidos em *Mack* (1993). Observa-se, contudo, que um dos pressupostos não é verificado – a não existência de correlação entre os factores de desenvolvimento. No entanto, são vários os autores que consideram estes pressupostos demasiado restritivos e, segundo *Mack* (1993), a estimativa de um método estatístico não passa disso mesmo, uma estimativa.

Apesar desta limitação, de acordo com o exposto em Pinheiro (1999), acredita-se que a posterior aplicação do *Bootstrap* é viável e que as medidas de incerteza geradas através desta metodologia deverão ser tidas em consideração na análise da adequabilidade das provisões. Assim sendo, iremos prosseguir com a aplicação do Método *Chain-Ladder*.

No Quadro 13 são apresentadas as projecções obtidas para os montantes dos pagamentos futuros, isto é, a parte inferior do triângulo, possibilitando desta forma a determinação da estimativa total para a provisão para sinistros. Assim, se optássemos por adoptar esta metodologia para a determinação das provisões para sinistros, poderíamos considerar o montante de 217.426 u.m. como o valor necessário para fazer face à sinistralidade futura.

A metodologia *Bootstrap*, tal como anteriormente referido, baseia-se na geração de repetições da amostra inicial em associação a um método determinístico ou estocástico, através de um número (B), pré-estabelecido, de simulações.

²⁹ Esta verificação pode ser consultada no anexo C.

Quadro 13 – Triângulo obtido através da aplicação do Método *Chain-Ladder* (u.m)

Ano Ocorrência	Ano de Desenvolvimento										IBNER / IBNR
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	∞	
2001	19.072	29.692	31.394	33.501	37.878	41.535	42.473	42.970	43.948	44.827	879
2002	30.450	46.423	50.152	54.842	59.905	63.750	66.255	69.468	71.048	72.469	3.001
2003	35.645	55.955	63.177	69.543	73.476	76.796	77.585	80.233	82.058	83.699	6.114
2004	45.157	68.980	77.334	80.229	84.147	86.823	88.841	91.873	93.962	95.842	9.019
2005	52.439	84.957	90.710	94.595	97.966	103.143	105.540	109.142	111.625	113.857	15.891
2006	68.357	98.579	110.393	118.744	126.118	132.782	135.869	140.506	143.702	146.576	27.832
2007	73.548	105.630	115.165	122.866	130.495	137.391	140.585	145.383	148.690	151.663	36.499
2008	66.899	101.860	111.855	119.335	126.746	133.443	136.545	141.205	144.417	147.305	45.446
2009	61.302	92.693	101.789	108.595	115.339	121.434	124.257	128.497	131.420	134.048	72.747
											217.426

fk	1,5121	1,0981	1,0669	1,0621	1,0528	1,0232	1,0341	1,0227	1,0200
$\pi f_k =$	2,1867	1,4462	1,3169	1,2344	1,1622	1,1039	1,0788	1,0432	1,0200

Uma vez determinadas as projecções dos pagamentos futuros e os factores de desenvolvimento, através da aplicação do Modelo *Thomas Mack*, procedemos ao ajustamento dos dados históricos da Companhia, dando assim origem a um novo triângulo apresentado no Quadro 14.

Quadro 14 – Triângulo dos Montantes Pagos Ajustados - incremental (u.m.)

	Ano de Desenvolvimento								
Ano Ocorrência	0	1	2	3	4	5	6	7	8
2001	20.500	10.497	3.042	2.276	2.255	2.038	944	1.418	977
2002	33.141	16.970	4.918	3.680	3.646	3.295	1.526	2.293	
2003	38.276	19.600	5.680	4.250	4.211	3.806	1.763		
2004	43.829	22.444	6.504	4.867	4.821	4.358			
2005	52.068	26.662	7.726	5.781	5.728				
2006	67.031	34.324	9.946	7.443					
2007	69.357	35.516	10.292						
2008	67.364	34.495							
2009	61.302								

Tendo em conta o enunciado na secção 2.5.2 sobre esta metodologia, o passo seguinte consiste na determinação dos resíduos, de onde resulta o triângulo do Quadro 15.

Quadro 15 – Triângulo dos Resíduos Originais

Ano Ocorrência	Ano de Desenvolvimento								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
2001	-1.428	124	-1.340	-169	2.122	1.618	-6	-921	0
2002	-2.691	-997	-1.189	1.011	1.417	550	979	921	
2003	-2.631	710	1.542	2.117	-278	-486	-973		
2004	1.327	1.379	1.851	-1.971	-904	-1.682			
2005	371	5.855	-1.974	-1.896	-2.357				
2006	1.326	-4.102	1.868	909					
2007	4.191	-3.434	-757						
2008	-465	465							
2009	0								

Analisando o triângulo dos resíduos originais, concluímos que se verifica a heterocedasticidade entre os períodos de desenvolvimento, pelo que, antes de passarmos ao processo de reamostragem, iremos proceder à sua correcção³⁰. O Quadro 16 apresenta o triângulo dos resíduos estandardizados.

Quadro 16 – Triângulo dos Resíduos Estandarizados

Ano Ocorrência	Ano de Desenvolvimento								
	0	1	2	3	4	5	6	7	8
2001	-0,7	0,1	-1,7	-0,3	3,2	2,5	0,0	-1,7	0,0
2002	-1,0	-0,5	-1,2	1,2	1,7	0,7	1,8	1,4	
2003	-0,9	0,4	1,4	2,3	-0,3	-0,6	-1,6		
2004	0,4	0,7	1,6	-2,0	-0,9	-1,8			
2005	0,1	2,5	-1,6	-1,8	-2,2				
2006	0,4	-1,6	1,3	0,7					
2007	1,1	-1,3	-0,5						
2008	-0,1	0,2							
2009	0,0								

Após a estandardização dos resíduos, estamos então em condições de passar à redistribuição dos mesmos, de forma aleatória e com reposição. A cada uma destas reamostragens iremos designar de simulação.

Os resíduos simulados deverão ser transformados num conjunto de pseudo-dados de montantes pagos, de modo a que sejam determinadas as respectivas estimativas de

³⁰ No Anexo D são apresentados os gráficos que demonstram a heterocedasticidade dos resíduos originais.

provisão (reservas simuladas). Esta transformação resulta da adição dos dados ajustados aos resíduos simulados, após desfeita a sua standardização. Assim, para cada simulação, é construído um novo triângulo, que passaremos a designar de triângulo *Bootstrap*. No Quadro 17 é apresentado um exemplo de um triângulo desta natureza, juntamente com a projecção dos respectivos pagamentos futuros, resultante da aplicação Método de *Chain-Ladder* proposto por *Thomas Mack*.

Quadro 17 – Triângulo *Bootstrap* e respectiva pseudo-reserva– Exemplo (u.m.)

Ano Ocorrência	Ano de Desenvolvimento									Reserva
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	
2001	17.329	29.745	31.972	34.687	35.600	37.925	39.192	40.120	40.864	41.681
2002	28.503	46.673	51.577	53.543	56.727	60.550	62.727	65.088	66.295	67.621
2003	39.517	55.695	62.916	65.324	67.957	73.309	74.451	76.853	78.278	79.844
2004	38.712	60.513	68.300	72.228	75.362	78.744	80.847	83.455	85.003	86.703
2005	54.169	77.046	86.419	92.186	99.810	106.113	108.946	112.461	114.547	116.838
2006	63.549	98.822	106.951	114.941	121.263	128.921	132.363	136.633	139.167	141.951
2007	71.782	106.960	116.239	123.295	130.077	138.291	141.984	146.564	149.282	152.268
2008	69.754	99.944	110.227	116.918	123.349	131.139	134.640	138.984	141.561	144.393
2009	58.078	87.181	96.151	101.987	107.597	114.392	117.446	121.235	123.484	125.953
										957.251

fk	1,5011	1,1029	1,0607	1,0550	1,0632	1,0267	1,0323	1,0185	1,0200
π fk =	2,1687	1,4447	1,3100	1,2350	1,1706	1,1011	1,0724	1,0389	1,0200

Repetindo um determinado número de vezes, B , o processo de reamostragem anteriormente definido, obtemos B estimativas relativas a cada ano de ocorrência, possibilitando, desta forma, a determinação de uma estimativa da variabilidade das provisões. Para cada uma das simulações é obtido um conjunto diferente de pseudo-dados e a respectiva pseudo-reserva.

Neste trabalho foram efectuadas 5.000 simulações, permitindo assim a construção de uma função de distribuição empírica. Usualmente, esta distribuição segue um comportamento similar a uma distribuição *Normal* ou a uma distribuição *Log-Normal*. Assim, através da aplicação do Teste de *Kolmogorov-Smirnov* às duas hipóteses, tentámos justificar a bondade do ajustamento, considerando um valor de $\alpha = 5\%$.

Na Figura 14 é apresentado o gráfico da função de distribuição empírica das provisões simuladas, que sugere uma boa aproximação à distribuição *Normal*.

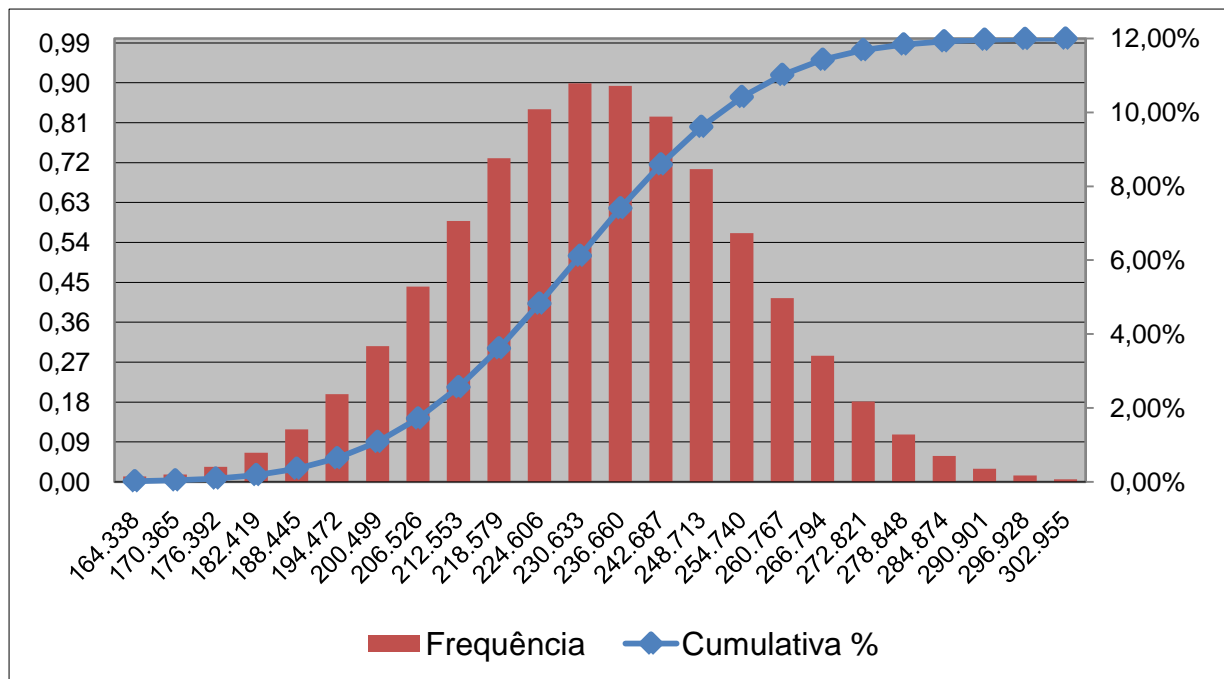


Figura 14 – Função de distribuição empírica das provisões simuladas

No Quadro 18 são apresentados os resultados obtidos pela aplicação do Teste de *Kolmogorov-Smirnov*, de onde concluímos que a função de distribuição das provisões simuladas segue uma distribuição *Normal* de parâmetros $\mu = 230.086$ e $\sigma = 22.080$.

Quadro 18 – Resultados da Aplicação do Teste de *Kolmogorov-Smirnov*

	D teórico	Estatística de Teste	Decisão
$H_0 : F \sim \text{Distribuição Normal}$	0,27761	0,2510	Não Rejeitar
$H_0 : F \sim \text{Distribuição Log-Normal}$		1,0000	Rejeitar

Uma vez obtidas as provisões, passámos à determinação do erro padrão associado a cada uma das estimativas resultantes da aplicação do Método *Bootstrap*, recorrendo ao exposto em *England e Verral* (1999) e anteriormente enunciado na Secção 2.5.2. No Quadro 19 são apresentados os resultados obtidos através desta metodologia.

Quadro 19 – Resultados finais da aplicação do M. *Bootstrap* (u.m.)

Ano	Provisão Estimada	Desvio Padrão	Variabilidade do Modelo	Variabilidade dos Dados	Erro Padrão	EP (%)	Intervalos de Confiança a 5%	
							Lim Inf	Lim Sup
2001	878	82	104	717	724	83%	-542	2.297
2002	3.081	1.078	1.367	1.343	1.916	62%	-675	6.836
2003	7.323	1.714	2.174	2.070	3.002	41%	1.440	13.206
2004	10.388	2.107	2.671	2.466	3.635	35%	3.262	17.513
2005	17.516	2.817	3.571	3.202	4.796	27%	8.116	26.916
2006	29.968	3.944	5.001	4.188	6.523	21%	17.184	42.753
2007	38.583	4.400	5.579	4.752	7.328	19%	24.220	52.946
2008	47.607	4.895	6.205	5.279	8.146	17%	31.640	63.574
2009	74.743	7.241	9.180	6.614	11.314	15%	52.568	96.919
Total	230.086	22.080	27.992	11.604	30.302	9%	170.695	289.477

Tendo em conta a função de distribuição empírica das provisões simuladas e com vista a determinarmos o montante a alocar para fazer face ao risco de reserva, aplicámos as medidas de risco *VaR* e *TVaR* associadas a este risco, para os diferentes níveis de confiança 95%, 99% e 99,5%, das quais resultaram os valores apresentados no Quadro 20.

Quadro 20 – Valores das medidas de risco *VaR* e *TVaR*.

	95%	99%	99,50%
<i>VaR</i>	268.803	284.382	290.712
<i>TVaR</i>	278.023	291.864	296.991

De acordo com os objectivos gerais da presente dissertação, concluímos que a Companhia de Seguros estudada deverá proceder a uma alocação de capital no valor de 290.712 u.m. ao risco de reserva, por forma a que, com uma probabilidade de 99,5%, a mesma não atinja a insolvência. Este valor é claramente superior ao valor da estimativa obtida pela metodologia *Bootstrap* (230.086 u.m.), revelando assim um grau de prudência mais elevado.

É ainda evidente, pela análise dos resultados obtidos, uma semelhança dos valores obtidos pela aplicação destas duas medidas de risco e o montante do limite superior do intervalo de confiança determinado através da aplicação da metodologia *Bootstrap* (289.477 u.m.).

4.3 – Comparações Finais

Após a determinação dos requisitos de capital que a Companhia de Seguros fictícia estudada deverá alocar para fazer face, tanto ao risco de reserva como ao risco de insuficiência dos prémios, iremos apresentar uma breve comparação entre os resultados obtidos ao nível do QIS 5, os detidos pela Companhia e os obtidos pelo modelo interno parcial desenvolvido, apresentados no Quadro 21. Esta comparação permite-nos concluir a vantagem da criação de modelos internos face à utilização de fórmulas *standard* disponibilizadas pelo CEIOPS.

Quadro 21 – Comparação dos valores Provisionados (u.m.)

	Dados da Companhia em Estudo	QIS 5	Modelo Interno Desenvolvido
Capital a alocar ao Risco de Insuficiência dos Prémios	80.219	64.189	54.276
Capital a alocar ao Risco de Reserva	146.681	155.865 ³¹	290.712 ³²
Total	226.900	220.054	344.988

Relativamente ao Capital alocado ao risco de insuficiência de prémios detido pela Companhia de Seguros, os valores obtidos através do modelo desenvolvido revelam que a mesma tem capacidade para fazer face à sinistralidade futura, não necessitando desta forma de alocar qualquer montante adicional a esta cobertura de risco.

Por outro lado, analisando o valor em provisão para sinistros, concluímos que os valores obtidos através deste modelo revelam que a Companhia de Seguros apresenta uma insuficiência relativamente ao risco de reserva. A notória discrepância dos valores obtidos neste ponto deve-se, essencialmente, ao facto de, no âmbito da metodologia considerada (*Bootstrap*), o histórico da Companhia de Seguros ser bastante instável.

Contudo, é importante frisar que pese embora os pressupostos assumidos no desenvolvimento deste modelo sejam específicos da Companhia em estudo, os resultados

³¹ Montante obtido tendo como base a metodologia do Custo Médio.

³² Montante obtido tendo como base o Método *Bootstrap* associado a uma versão estocástica do Método *Chain-Ladder*.

obtidos deverão ser sujeitos a uma análise crítica por parte do actuário responsável, pois poderá dar-se o caso de se estar a cometer uma sobrestimação das provisões técnicas, influenciando de forma negativa a gestão da Companhia de Seguros. Poderão também ser utilizados diferentes métodos na estimação das mesmas, dos quais, possivelmente, se obteriam resultados diferentes.

Em linhas gerais, as conclusões obtidas neste trabalho são similares às reportadas ao nível do QIS 5 embora os montantes determinados sejam de grandezas diferentes, isto é, ambos revelam uma suficiência para os prémios e uma insuficiência ao nível da provisão para sinistros. A grande discrepância de valores obtidos para alocar ao risco de reserva deve-se, sobretudo, à adequabilidade do modelo desenvolvido à realidade da carteira em estudo, o que não acontece no âmbito dos estudos de impacto quantitativo realizados até à data, que são modelos *standard* e não customizados.

5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O Projecto Solvência II tem-se revelado um dos maiores desafios lançados nos últimos anos tanto para as Empresas de Seguros como para as Autoridades de Supervisão. Este projecto deverá ser posto em prática entre 2012 e 2013 e tem como objectivo aumentar o capital das Companhias com maior exposição ao risco, incentivando desta forma um maior controlo e uma melhor gestão dos riscos que afectam a solvência de uma Companhia de Seguros.

A implementação do Projecto Solvência II de carácter obrigatório irá implicar grandes alterações na estrutura e gestão das Companhias, tanto ao nível administrativo como na contratação de técnicos suficientes devidamente qualificados. Relativamente aos órgãos de supervisão, pressupõe-se que passem a avaliar a capacidade de cada Companhia não só enfrentar, com também de superar, situações de sinistralidade adversa e de grande volatilidade nos mercados financeiros.

Num âmbito internacional, o Projecto Solvência II pretende reforçar a competitividade entre as empresas da União Europeia, tendo sido desenvolvido por isso um nível de preparação *standard* – Estudos de Impacto Quantitativo – independente do carácter individual de cada Companhia. Ainda assim, são vários os incentivos à construção de modelos internos adequados ao perfil de risco de cada empresa tendo sempre em atenção o panorama geral do mercado segurador.

É certo que o desenvolvimento de um modelo interno poderá exigir às Companhias de Seguros elevados investimentos, quer ao nível computacional associado à construção e manutenção de bases de dados fiáveis, quer ao nível da formação técnica dos seus colaboradores. Neste sentido, a fórmula-padrão proposta pelo CEIOPS poderá ser uma boa alternativa para empresas de pequena dimensão.

Neste capítulo serão apresentadas as conclusões finais da interpretação dos resultados obtidos na aplicação prática deste trabalho, bem como sugeridos possíveis projectos futuros.

Ao longo do período de execução da presente dissertação foram vários os obstáculos com que nos deparámos, sendo de salientar que o mais influente foi a modelação de dados reais, pois estão sujeitos a variações amostrais.

A aplicação prática deste trabalho teve como objectivo determinar os requisitos de capital associados aos factores de risco de subscrição da carteira do Ramo Automóvel de uma

Companhia de Seguros fictícia que explora unicamente os Ramos Não Vida, sem recorrer à utilização da fórmula-padrão proposta pelo CEIOPS. No que diz respeito ao risco de insuficiência de prémios, demos a conhecer os resultados obtidos através da utilização de um modelo matemático que retrata a realidade e a especificidade da carteira em análise, permitindo assim uma comparação de resultados com os obtidos no âmbito do QIS 5, os quais se mostraram bastante similares.

Relativamente à provisão para sinistros, optámos por estimá-la recorrendo à utilização de métodos estocásticos, pois possibilitam a determinação de um intervalo de confiança para a estimativa da provisão que nos permite, desta forma, escolher um valor que se situe num nível adequado. Ainda assim, numa perspectiva mais prudente e de acordo com os objectivos gerais deste trabalho, foram aplicadas as medidas de risco VaR e $TVaR$, à semelhança do efectuado na provisão para prémios. Desta forma, obtivemos o montante de capital que a Companhia estudada deverá alocar para fazer face ao risco de insuficiência da provisão para sinistros e, tal como verificado ao nível do QIS 5, revelou uma insuficiência desta provisão.

É certo que as conclusões obtidas deverão ser sujeitas a uma análise de sensibilidade crítica para que não se cometam quaisquer tipos de erros, nomeadamente a sobrestimação das provisões técnicas, influenciando de forma negativa a gestão da Companhia de Seguros analisada. É também importante frisar que existem outros métodos adequados à estimação destas provisões, que poderiam ter devolvido resultados distintos aos apresentados neste trabalho.

Atendendo aos pressupostos assumidos e aos parâmetros determinados no modelo desenvolvido, concluímos que, à data da elaboração do exercício, a Companhia de Seguros estudada apresenta provisões técnicas suficientes ao nível dos prémios e insuficientes ao nível dos sinistros, para fazer face aos requisitos de capital determinados em cada um dos respectivos riscos. Neste sentido, é necessário que a Companhia tome as devidas precauções com vista a inverter a possível situação de insolvência verificada no risco de insuficiência da provisão para sinistros.

Como proposta de desenvolvimentos futuros seria interessante a modelação dos vários riscos a que uma Companhia de Seguros se encontra exposta, dando especial ênfase à interdependência entre as várias linhas de negócio e à sua agregação. Devido às alterações climáticas que se têm sentido, influenciadas em grande parte pelos efeitos do aquecimento global, será também de grande interesse a elaboração de um estudo do risco de eventos catastróficos, que ultimamente se tem revelado uma das principais prioridades do mercado segurador.

BIBLIOGRAFIA

Associação Portuguesa de Seguradores (2007), *Relatório de Mercado 2006*;

Borginho, Hugo (2010), *Directiva Solvência II – O novo modelo de solvência do sector segurador*, Instituto de Formação Actuarial;

Borginho, Hugo e Guiné, Carlos (2008), *Solvência II - Resultados do 4.º Estudo de Impacto Quantitativo (QIS 4)*, Departamento de Análise de Riscos e Solvência do ISP;

Borginho, Hugo (2003), *Provisões para Sinistros Não Vida – Metodologias de Estimação*, Departamento de Análise de Riscos e Solvência do ISP;

Caravina, Teresa. (2006), *Solvência II – Um Incentivo ao Desenvolvimento de Modelos Internos na Gestão de Riscos – Aplicação a uma Companhia de Seguros Não Vida*, Tese de Mestrado, Lisboa: Instituto Superior de Economia e Gestão;

Circular nº 7/2009 de 23 de Abril, *Desenvolvimento dos sistemas de gestão de riscos e de controlo interno das empresas de seguros*, ISP;

Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors (2006), *Quantitative Impact Study 2 – Technical Specifications*, site do CEIOPS;

Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors (2007a), CEIOPS-FS-11/07, QIS3 – *Technical Specifications – Part I*, site do CEIOPS;

Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors (2007b), CEIOPS-FS-12/07, QIS3 – *Technical Specifications – Part II*, site do CEIOPS;

Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors (2007c), CEIOPS-DOC-19/07, *CEIOPS'S Report on it's Third Quantitative Impact Study (QIS3) For Solvency II*, site CEIPOS;

Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors (2008), CEIOPS-SEC-82/08, *CEIOPS'S Report on it's fourth Quantitative Impact Study (QIS4) For Solvency II*, site CEIPOS;

Comissão Europeia (1999), MARKT/2095/99 – *Revisão da situação Financeira Global das Seguradoras*, site da Comissão Europeia;

Comissão Europeia (2006), MARKT/2534/06 – *Choice of a risk measure for supervisory purposes*, site da Comissão Europeia;

Comissão Europeia (2008c), MARKT/2505/08 – *Especificações Técnicas do QIS 4*, site da Comissão Europeia;

Comissão Europeia (2010), *Especificações Técnicas do QIS 5*, site da Comissão Europeia;

Comissão Europeia (2009), *Proposta de Directiva do Parlamento Europeu e do Conselho aos Seguros de Vida e Não Vida, ao Acesso à Actividade de Seguros e Resseguros e ao seu Exercício (Solvência II)*;

Decreto-Lei nº 2/2009, de 5 de Janeiro de 2009 – *Resultado da transposição da Directiva 2002/13/CE para os Seguros Não Vida*;

Edvinsson, L. e Richtner, A. (1999), *Words of Value*, Sweden;

England, P. e Verrall, R. (1999), *Analytic and Bootstrap Estimates of Prediction Errors in Claim Reserving*, Insurance: Mathematics and Economics 25;

Franco, Luís (2005), *Garantias Técnicas e Financeiras das Empresas de Seguros*, Associação Portuguesa de Seguradores;

Garcia, Ricardo (2010), *Modelos Internos*, Departamento de análise de Riscos e Solvência do ISP;

Guiné, Carlos (2009), *Solvência II - Resultados do Exercício QIS 4 BIS*, Departamento de Análise de Riscos e Solvência do ISP;

Klugman, S., Panjer, H. e Willmot, G., (2004), *Loss Models From Data to Decisions*, Wiley-Interscience;

Mack, T. (1993), *Distribution-Free Calculation of the Standard Error of Chain Ladder estimates*, ASTIN Bulletin Vol. 23 Nº 2 (pp. 215 – 225);

Mack, T. (1999), *The Standard Error of Chain Ladder Reserve Estimates*, ASTIN Bulletin Vol. 29 Nº 2 (pp. 361 – 366);

Morgan, J.P. (1997), *Introduction to CreditMetrics*, New York;

Murteira, Bento José Ferreira (1979), *Probabilidades e Estatística*, Volume I, McGraw-Hill;

Murteira, Bento José Ferreira (1980), *Probabilidades e Estatística*, Volume II, McGraw-Hill;

Simões, Ana. (2008), *Projecto Solvência II – Desenvolvimento de um Modelo Interno Parcial numa Companhia de Seguros Não Vida*, Tese de Mestrado, Instituto Superior de Economia e Gestão da Universidade Técnica de Lisboa;

Leandro, João (2004), *Gestão de Activos: o novo papel da política de investimentos e do ALM*, Companhia de Seguros AXA Portugal;

Novo, Tânia (2008), *Análise do Risco de Subscrição no Âmbito do Projecto Solvência II*, Tese de Mestrado, Faculdade de Ciências e Tecnologia, Universidade Nova de Lisboa;

Panjer, H.H, (2002), *Measurement of Risk, Solvency Requirements and Allocation of Capital Within Financial Conglomerates*, AFIR/ICA, Cancun, Mexico;

Panorama do Mercado Segurador (09/10), *Seguros em Portugal*, APS;

Pasoris (2007/2008), *Programa Avançado em Solvência e Riscos de Seguros*;

Pinheiro, Paulo. (1999), *Análise Actuarial de Provisões para Sinistros – Uma Aplicação do Método Bootstrap*, Tese de Mestrado, Instituto Superior de Economia e Gestão da Universidade Técnica de Lisboa;

Portugal, Luís. (2007), *Gestão de Seguros Não-Vida*, Instituto de Formação Actuarial;

Vicente, Ana. (2007), *Requisitos de Capital e Solvência II – Uma Aplicação ao Seguro Automóvel*, Tese de Mestrado, Instituto Superior de Economia e Gestão da Universidade Técnica de Lisboa.

Sites Consultados:

Associação Portuguesa de Seguradores (APS) – www.apseguradores.pt/Site/Home.jsf

Committee of European Insurance and Occupational Pensions Supervisors (CEIOPS) – www.ceiops.com

Instituto de Seguros de Portugal (ISP) – www.isp.pt

ANEXOS

ANEXO A – Códigos utilizados

Seguidamente serão apresentados todos os códigos de programação utilizados na aplicação prática deste trabalho, com a devida identificação do *software* considerado.

A1. Teste do Qui-Quadrado ao Número de Sinistros (em R)

Distribuição de *Poisson*:

```
n1=c(rep(0,104190),rep(1,9651),rep(2,1234),rep(3,160),rep(4,29),rep(5,4),6,9)
fitdistr(n1,"poisson") /* Devolve os parâmetros da distribuição - lambda1*/
n2=c(104190,9651,1234,160,35)
pnbstar2=dpois(0:3,lambda=lambda1)
pnbstar2[5]=1-sum(pnbstar)
teste=chisq.test(n2,p=pnbstar)
pvalue=pchisq(teste$statistic,3,lower.tail=F)
```

Distribuição de *Binomial Negativa*:

```
n3=c(rep(0,104190),rep(1,9651),rep(2,1234),rep(3,160),rep(4,29),rep(5,4),6,9)
fitdistr(n3,"negative binomial") /* Devolve os parâmetros da distribuição - sizestar3 e probstar3*/
n4=c(104190,9651,1234,160,35)
pnbstar3=dnbinom(0:3,size=sizestar3,prob=probstar3)
teste=chisq.test(n4,p=pnbstar3)
pvalue=pchisq(teste$statistic,2,lower.tail=F)
```

A2. Construção do Modelo que melhor define as indemnizações individuais (em R)

Definição da função construída à custa da mistura *Normal + Normal + Normal*:

```
fd<- function(x,a1,a2,a3,m1,sd1,m2,sd2,m3,sd3){
  return(a1*pnorm(x, mean=m1, sd=sd1)+a2*pnorm(x, mean=m2,
  sd=sd2)+a3*pnorm(x, mean=m3, sd=sd3))}
```

Optimização dos parâmetros, através da utilização do comando *mde*:

```
r=mde(lx,fd,start=list(a1=0.45,a2=0.45,a3=0.1,m1=5,sd1=0.75,m2=6.7,sd2=.3,m3=8.5,sd3=1
),measure="CvM"          /*lx representa a amostra dos logaritmos das indenizações individuais*/
```

Os pesos obtidos, são depois reajustados por forma a que a sua soma seja igual a 1.

Representação gráfica:

```
xx <- seq(0, 15, 0.01)
lines(xx,p1*pnorm(xx, mean=m1, sd=sd1)+p2*pnorm(xx, mean=m2,sd=sd2)+p3*pnorm(xx,
mean=m3, sd=sd3),lty=3, col="green")
```

onde p1, p2 e p3 representam os pesos de cada uma das distribuições Normais de acordo com o critério acima definido.

Aplicação do Teste de Kolmogorov-Smirnov:

```
ks.test(lx, p1*pnorm(xx, mean=m1, sd=sd1)+p2*pnorm(xx, mean=m2,sd=sd2)+p3*pnorm(xx,
mean=m3, sd=sd3))
```

A3. Simulação das Indemnizações Agregadas (em R)

```
fmix <- function(n, weights=c(0.5576956,0.3301017,0.1122027))
{ m <- sample(x=length(weights), size=n, replace = TRUE, prob = weights)
  m1 <- which(m == 1); m2 <- which(m == 2); m3 <- which(m == 3)
  res <- numeric(n)
  res[m1] <- exp(rnorm(length(m1),5.2496763, 0.8656721))
  res[m2] <- exp(rnorm(length(m2), 6.7290895 , 0.1540455))
  res[m3] <- exp(rnorm(length(m3), 8.0274266 ,0.4804523))
  res }          /*inicialização da função das indenizações individuais*/
p=0.8365975      /*parâmetros da Dist. Binomial Negativa – Nº de Sinistros*/
a=0.566298481*115270
noSimul=5000
model.freq <- expression(data = rnbino(m=size=a,prob=p))
model.sev <- expression(data = fmix())
FS <- aggregateDist("simulation", nb.simul = 5000,model.freq, model.sev)
plot(FS,do.points=F,verticals=T,col="black")
VaR(FS)
CTE(FS)
```

A4. Teste do Qui-Quadrado às Indemnizações Individuais (em R)

Considerando m_1 , m_2 , m_3 , sd_1 , sd_2 e sd_3 os parâmetros da função de distribuição construída à custa da mistura *Normal + Normal + Normal* e a_1 , a_2 e a_3 os respectivos pesos de cada uma delas:

```
f<- function(x,a1,a2,a3,m1,sd1,m2,sd2,m3,sd3){
return(a1*pnorm(x, mean=m1, sd=sd1)+a2*pnorm(x, mean=m2,
sd=sd2)+a3*pnorm(x, mean=m3, sd=sd3))}
probf<-f(log(b),a1,a2,a3,m1,sd1,m2,sd2,m3,sd3)-f(log(a),a1,a2,a3,m1,sd1,m2,sd2,m3,sd3)
probf[length(fobs)]<-1-f(log(b[length(fobs)-1]),a1,a2,a3,m1,sd1,m2,sd2,m3,sd3)
probf[1]<-f(log(b[1]),a1,a2,a3,m1,sd1,m2,sd2,m3,sd3)
gl<-length(fobs)-1-9
teste<-chisq.test(fobs,p=probf)
pvalue=pchisq(teste$statistic,gl,lower.tail=F)
```

A5. Simulação do Método *Bootstrap* (em VBA)

```
Sub Macro()
Application.ScreenUpdating = False
For i = 1 To 5000
  If Int(i / 100) = i / 100 Then      /*actualiza o ecrã após 100 iteradas*/
    Application.ScreenUpdating = True
    Sheets("Bootstrap ").Select
    Application.ScreenUpdating = False
  End If
  Calculate                          /*recalcula, ou seja, efectua uma nova reamostragem dos resíduos*/
  Sheets("Bootstrap").Select
  r = Range("resultado")             /*guarda a nova provisão*/
  r1 = Range("ano1")
  r2 = Range("ano2")
  r3 = Range("ano3")
  r4 = Range("ano4")
  r5 = Range("ano5")
  r6 = Range("ano6")
  r7 = Range("ano7")
  r8 = Range("ano8")
  r9 = Range("ano9")
  Sheets("Output Bootstrap ").Select
  Cells(i, 1) = r
  Cells(i, 2) = r1
  Cells(i, 3) = r2
  Cells(i, 4) = r3
  Cells(i, 5) = r4
  Cells(i, 6) = r5
```

```
Cells(i, 7) = r6  
Cells(i, 8) = r7  
Cells(i, 9) = r8  
Cells(i, 10) = r9  
Next i  
End Sub
```

ANEXO B – Modelos

No presente anexo serão apresentados os modelos testados para a função de distribuição das indenizações individuais, que contribuirão para a construção do modelo final. Serão apenas evidenciados os pontos essenciais à rejeição, isto é, as razões que nos levaram à não consideração de cada um destes modelos.

B1. *t-Student + t-Student + Pareto*

Apesar de não se ter revelado um bom modelo para a análise em estudo, o modelo composto pela mistura das distribuições: ***t-Student + t-Student + Pareto*** foi dos primeiros modelos significativamente aceitáveis a carecer de uma análise mais profunda. Por se tratar de uma mistura, a sua função de distribuição é descrita da forma:

$$F(x) = 0,45 \times F_1(x) + 0,45 \times F_2(x) + 0,1 \times F_3(x), \quad x \geq 0$$

em que $F_1(x)$ representa uma distribuição *t-Student* com parâmetros de localização 5 e de escala 0,7 e com 6 graus de liberdade, $F_2(x)$ representa uma distribuição *t-Student* com parâmetros de localização 6,6 e de escala 0,2 e com 2 graus de liberdade e por fim, $F_3(x)$ representa uma distribuição *Pareto* com parâmetros 7,5 e 10. Os pesos de cada uma destas distribuições são de 0,45 para cada uma das distribuições *t-Student* e de 0,1 para a distribuição *Pareto*.

Analisando o gráfico da Figura 15 podemos verificar que a função de distribuição ajustada (tracejado vermelho) não difere muito da função de distribuição empírica. Contudo, é evidente que existem algumas “zonas” onde o ajustamento não é tão bom.

Da aplicação do Teste de *Kolmogorov-Smirnov* à hipótese $H_0: X \sim F(x)$, resultou um valor de estatística de teste $D = 0,0931$ que não é suficientemente pequeno para que, quando comparado com o valor teórico ($D_{teórico}$), seja inferior ao mesmo. Assim, a hipótese H_0 é rejeitada.

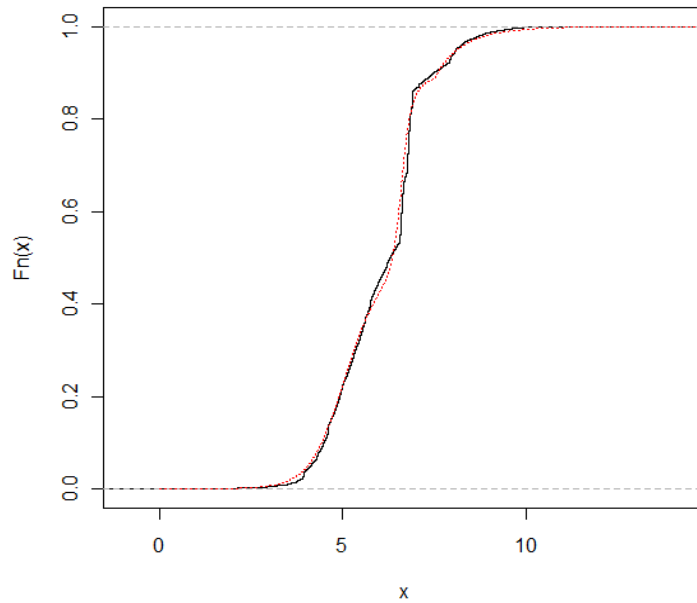


Figura 15 – Gráfico ilustrativo da f.d. empírica com a f.d. ajustada (tracejado) do Modelo: *t-Student* + *t-Student* + *Pareto*.

B2. Normal + Normal + Pareto Generalizada

Numa segunda abordagem, resolvemos testar, mais uma vez, um modelo composto pela mistura de três distribuições, neste caso: **Normal + Normal + Pareto Generalizada**, onde, analogamente ao modelo anterior, a sua função de distribuição é da forma:

$$G(x) = 0,45 \times G_1(x) + 0,45 \times G_2(x) + 0,1 \times G_3(x), \quad x \geq 0$$

em que $G_1(x)$ representa uma distribuição *Normal* com parâmetros $\mu = 5,2$ e $\sigma = 0,68$, $G_2(x)$ representa uma distribuição *Normal* com parâmetros $\mu = 6,8$ e $\sigma = 0,25$ e por fim, $G_3(x)$ representa uma distribuição *Pareto Generalizada* com parâmetros de localização 2,1 e de forma 11,1. Iremos assumir que o parâmetro de escala desta última distribuição é 1, pelo que, por simplificação, será omissa. Os pesos de cada uma destas distribuições são de 0,45 para cada uma das distribuições *Normal* e de 0,1 para a distribuição *Pareto Generalizada*.

Recorrendo novamente à comparação entre o valor da estatística de teste, obtida pelo *Software R* para o modelo em estudo e o valor teórico ($D_{teórico}$) anteriormente apresentado, concluímos que não estamos perante um bom modelo. Apesar de se ter obtido um valor de estatística de teste $D = 0,0628$, inferior ao do modelo acima descrito, a hipótese H_0 é novamente rejeitada.

Da análise do gráfico da Figura 16, facilmente se observa que a cauda superior da função de distribuição empírica não é “coberta” pela função de distribuição ajustada, o que por conseguinte, reforçou a rejeição do modelo.

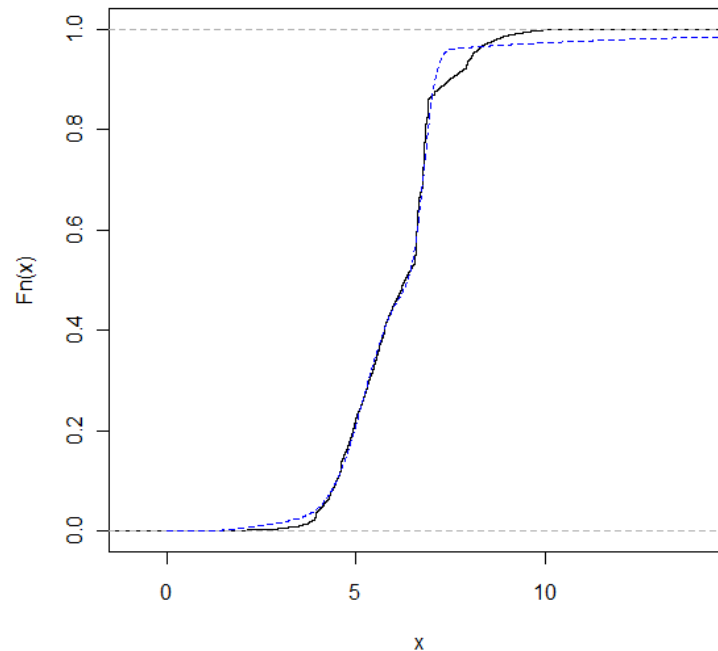


Figura 16 – Gráfico ilustrativo da f.d empírica com a f.d. ajustada (tracejado) do Modelo: *Normal + Normal + Pareto Generalizada*.

B3. Normal + Normal + Pareto

Nesta tentativa optámos por testar a combinação das distribuições: **Normal + Normal + Pareto**, descrita pela seguinte função de distribuição:

$$H(x) = 0,5577565 \times H_1(x) + 0,3370655 \times H_2(x) + 0,1051780 \times H_3(x), \quad x \geq 0$$

em que $H_1(x)$ representa uma distribuição *Normal* com parâmetros $\mu = 5,2499847$ e $\sigma = 0,8664770$, $H_2(x)$ representa uma distribuição *Normal* com parâmetros $\mu = 6,7335023$ e $\sigma = 0,1577874$ e por fim, $H_3(x)$ representa uma distribuição *Pareto* com parâmetros $\alpha = 9,6170294$ $\beta = 7,5562012$. Os pesos de cada uma destas distribuições são: 0,5577565; 0,3370655; 0,1051780, respectivamente.

Da aplicação do Teste de *Kolmogorov-Smirnov* à hipótese $H_0: X \sim H(x)$, resultou um valor de estatística de teste bastante inferior aos valores até então obtidos ($D = 0,0361$). Considerando também a nova variável, $distance = 0,7513393$, e ainda a análise gráfica da Figura 17, constatamos que estamos perante um dos melhores modelos construídos até ao momento.

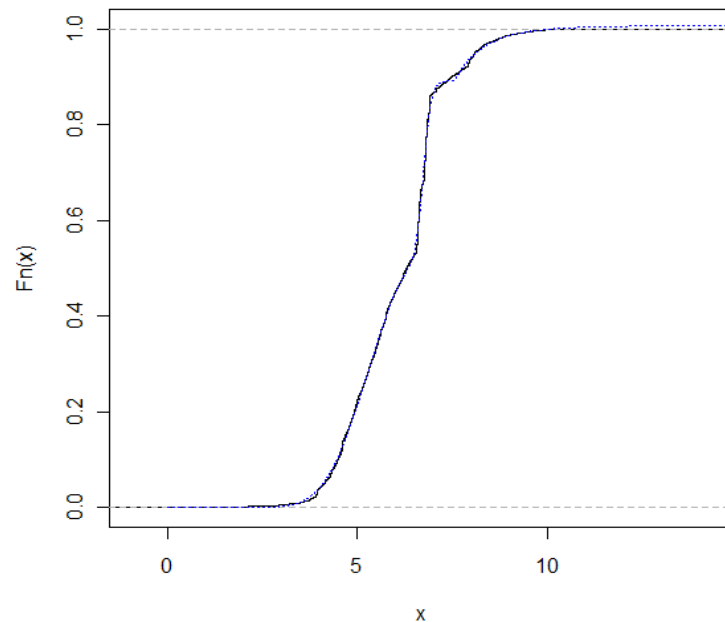


Figura 17 – Gráfico ilustrativo da f.d empírica com a f.d. ajustada (tracejado) do Modelo *Normal+Normal+Pareto*.

Ainda assim, resolvemos continuar com as nossas tentativas, pois não é uma boa política considerar o primeiro modelo encontrado como o modelo final, sem antes confirmar que não é possível construir um outro de nível superior.

B4. Normal + Normal + Normal + Pareto

Uma vez testados três modelos compostos por misturas de três distribuições cada, resolvemos arriscar a criação de um modelo à custa de quatro distribuições: **Normal + Normal + Normal + Pareto**, com função de distribuição definida por:

$$W(x) = 0,557 \times W_1(x) + 0,333 \times W_2(x) + 0,087 \times W_3(x) + 0,023 \times W_4(x), \quad x \geq 0$$

sendo que $W_1(x)$ representa uma distribuição *Normal* com parâmetros $\mu = 5,2480132$ e $\sigma = 0,8641486$, $W_2(x)$ representa uma distribuição *Normal* com parâmetros $\mu = 6,7300381$ e $\sigma = 0,1551478$, $W_3(x)$ representa uma distribuição *Normal* com parâmetros $\mu = 7,9350268$ e $\sigma = 0,3591303$ e por fim, $W_4(x)$ representa uma distribuição *Pareto* com parâmetros $\alpha = 11,7942843$ $\beta = 8,5673269$. Os pesos de cada uma destas distribuições são: 0,557; 0,333; 0,087; 0,023, respectivamente.

Tendo em atenção os indicadores de aceitação do modelo, é de salientar que da aplicação do Teste de *Kolmogorov-Smirnov* à hipótese $H_0: X \sim W(x)$, resultou um valor de $D = 0,0362$, superior ao obtido através do modelo anterior, pelo que, mais uma vez, a hipótese H_0 é rejeitada.

No entanto, uma vez que os parâmetros utilizados foram obtidos através do comando *mde* do *package actuar* do *Software R*, temos ainda o indicador *distance* = 0,7260198 como factor de aceitação, que se revelou inferior ao do modelo anterior. Por fim, pela análise gráfica da Figura 18, concluímos que a função de distribuição ajustada (tracejado azul) se comporta de forma extremamente semelhante à função de distribuição empírica.

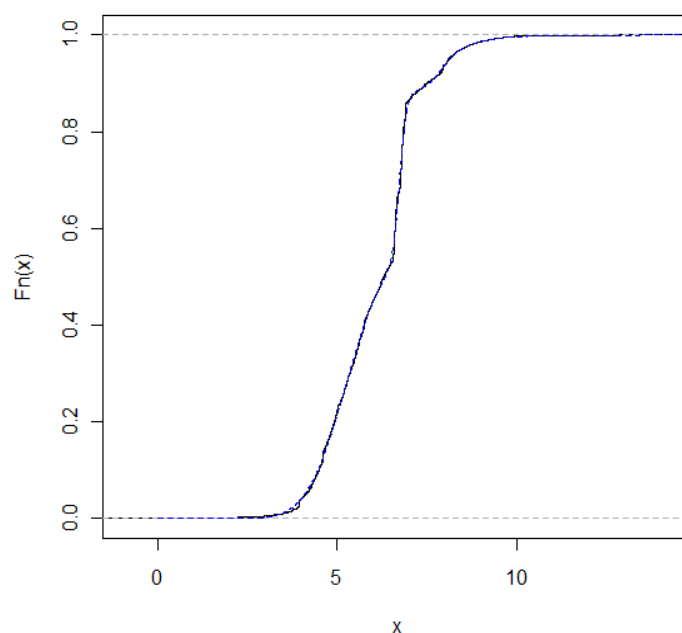


Figura 18 – Gráfico ilustrativo da f.d empírica com a f.d. ajustada (tracejado) do Modelo: *Normal + Normal + Normal + Pareto*.

Contudo, houve uma preocupação em compreender se a utilização de um modelo composto por uma mistura de quatro distribuições se revelaria mais tarde, demasiado complexo. Assim, passámos à simulação das indemnizações agregadas para posteriormente

aplicarmos as medidas de risco VaR e $TVaR$, das quais resultaram valores totalmente in comportáveis no âmbito da Actividade Seguradora.

ANEXO C – Verificação dos Pressupostos da Metodologia *Chain-Ladder*

1º Pressuposto – Proporcionalidade entre os anos de desenvolvimento

Este pressuposto assenta na existência de proporcionalidade entre as colunas do triângulo, sendo que dado $E(X_{i,k+1}|X_{i,0}, \dots, X_{i,k}) = X_{i,k} \cdot f_k$, $0 \leq i \leq I$ e $0 \leq k \leq I - 1$ virá que para um k fixo, esta equação traduz uma relação linear entre os montantes $X_{i,k}$ e $X_{i,k+1}$, de declive f_k , podendo ser interpretada como um modelo de regressão linear do tipo $Y_i = mx_i + b + e_i$, onde $b = 0$, $m = f_k$ são os coeficientes de regressão e e_i são os resíduos.

Desta forma, através da análise da Figura 19, podemos observar que a recta de declive f_k revela um ajuste aceitável aos dados observados.

É ainda necessária a verificação da não correlação entre os factores de desenvolvimento $\frac{X_{i,k}}{X_{i,k-1}}$ e $\frac{X_{i,k+1}}{X_{i,k}}$. Para tal recorreu-se à utilização do Teste de *Spearman*, exposto em Mack (1993), obtendo-se para estimativas do coeficiente de correlação de *Spearman*, T_k , os valores apresentados no Quadro 22, com $1 \leq k \leq I - 2$.

k	1	2	3	4	5	6
T_k	0,1786	0,7143	0,0500	0,5000	-0,5000	-1,0000

Quadro 22 – Coeficientes de correlação de *Spearman*.

Como o valor para a estimativa final T é 0,206802721, e este se situa fora do intervalo de confiança $[-0,147; 0,147]$ ³³, concluímos que existe correlação entre os factores de desenvolvimento, pelo que o pressuposto não é verificado.

³³ Uma vez que a distribuição de T e T_k se aproxima de forma razoável a uma Normal, a hipótese é rejeitada se a estimativa de T , obtida pelo Teste de *Spearman* se situar fora do intervalo de confiança de 50%.

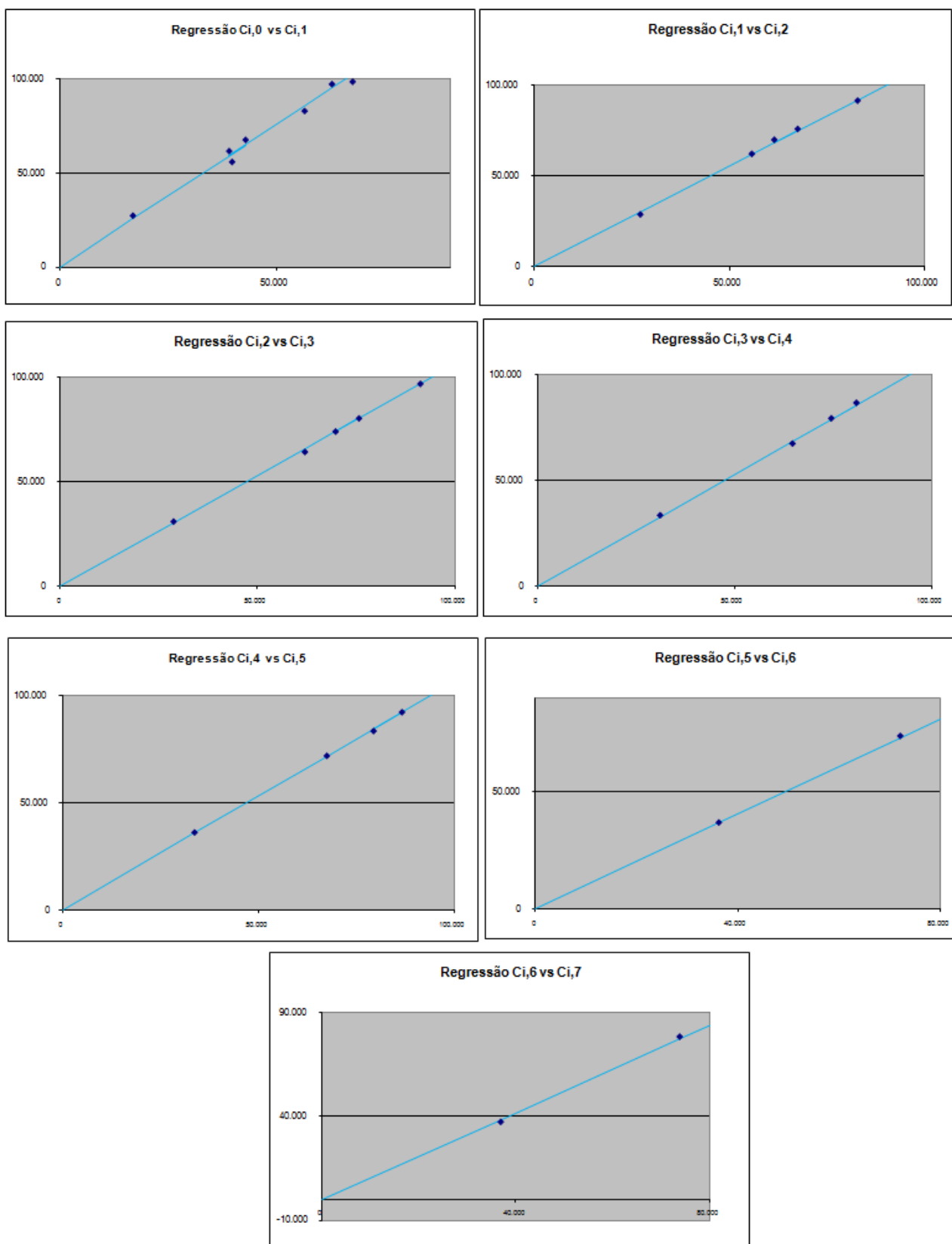


Figura 19 – Ajustamento dos dados aos factores de desenvolvimento f_k .

2º Pressuposto – Centralidade dos factores de desenvolvimento

Para a verificação deste pressuposto, consideremos que um acontecimento num ano poderá afectar uma das seguintes diagonais: $D_j = \{X_{j,0}, X_{j-1,1}, \dots, X_{0,j}\}$ e em consequência a afectação dos factores de desenvolvimento individuais:

$$A_j = \left\{ \frac{X_{j,1}}{X_{j,0}}, \frac{X_{j-1,2}}{X_{j-1,1}}, \dots, \frac{X_{0,j+1}}{X_{0,j}} \right\} \text{ e } A_{j-1} = \left\{ \frac{X_{j-1,1}}{X_{j-1,0}}, \frac{X_{j-2,2}}{X_{j-2,1}}, \dots, \frac{X_{0,j}}{X_{0,j-1}} \right\}$$

Para analisar a independência entre os anos de ocorrência devem ser subdivididos todos os factores de desenvolvimento em dois conjuntos: os mais baixos e os mais elevados. Consideremos um conjunto F_k definido da forma $F_k = \left\{ \frac{A_{i,k+1}}{A_{i,k}} \mid 0 \leq i \leq I-1-k \right\}$, com $0 \leq k \leq I-1$. Cada conjunto F_k deverá ser dividido em dois subconjuntos, com o igual número de elementos³⁴, sendo que um representa a metade dos elementos menores (SF_k - *Small Factors*) e o outro representa a metade dos elementos maiores (LF_k - *Large Factors*). Para cada diagonal, deverão ser contados os elementos S_i e L_i dos conjuntos $S = SF_0 \cup SF_1 \cup \dots \cup SF_{I-2}$ e $L = LF_0 \cup LF_1 \cup \dots \cup LF_{I-2}$ respectivamente.

Se $Z_j = \min(L_j, S_j)$ for significativamente menor que $(L_j + S_j)/2$, dizemos que existe uma tendência de factores elevados ou reduzidos na diagonal j , devendo neste caso, ser rejeitado o pressuposto em questão. Desta forma, considera-se que S_j e L_j têm ambos uma distribuição *Binomial* de parâmetros $n = (L_j + S_j)$ e $p = 0,5$. Ora, fazendo uma aproximação à *Normal*, a hipótese de independência deverá ser rejeitada, para um nível de significância 95%, sempre que não se verifique a seguinte condição:

$$E(Z) - 1,96\sqrt{V(Z)} \leq Z \leq E(Z) + 1,96\sqrt{V(Z)} \text{ sendo } Z = Z_1 + Z_2 + \dots + Z_{I-1}$$

Da aplicação desta metodologia aos dados em análise, concluímos que é verificada a condição de independência, uma vez que $E(Z) = 9,59$ pertence ao intervalo de confiança $[6,488; 12,719]$.

3º Pressuposto – Existência de uma constante de proporcionalidade, σ_k^2

O último pressuposto do método proposto por Mack (1993) assenta no teste de representação gráfica dos pares ordenados $\left(\frac{X_{i,k+1} - X_{i,k} \cdot f_k}{\sqrt{X_{i,k}}}, X_{i,k} \right)$, para k fixo, e na verificação do conjunto de pontos obtidos, no sentido de não apresentar qualquer tipo de tendências.

³⁴ Quando houver um número ímpar de elementos, o elemento intermédio deverá ser desprezado.

Analisando a Figura 20, concluímos que existe uma dispersão de carácter aleatório do conjunto de dados, pelo que este pressuposto é verificado.

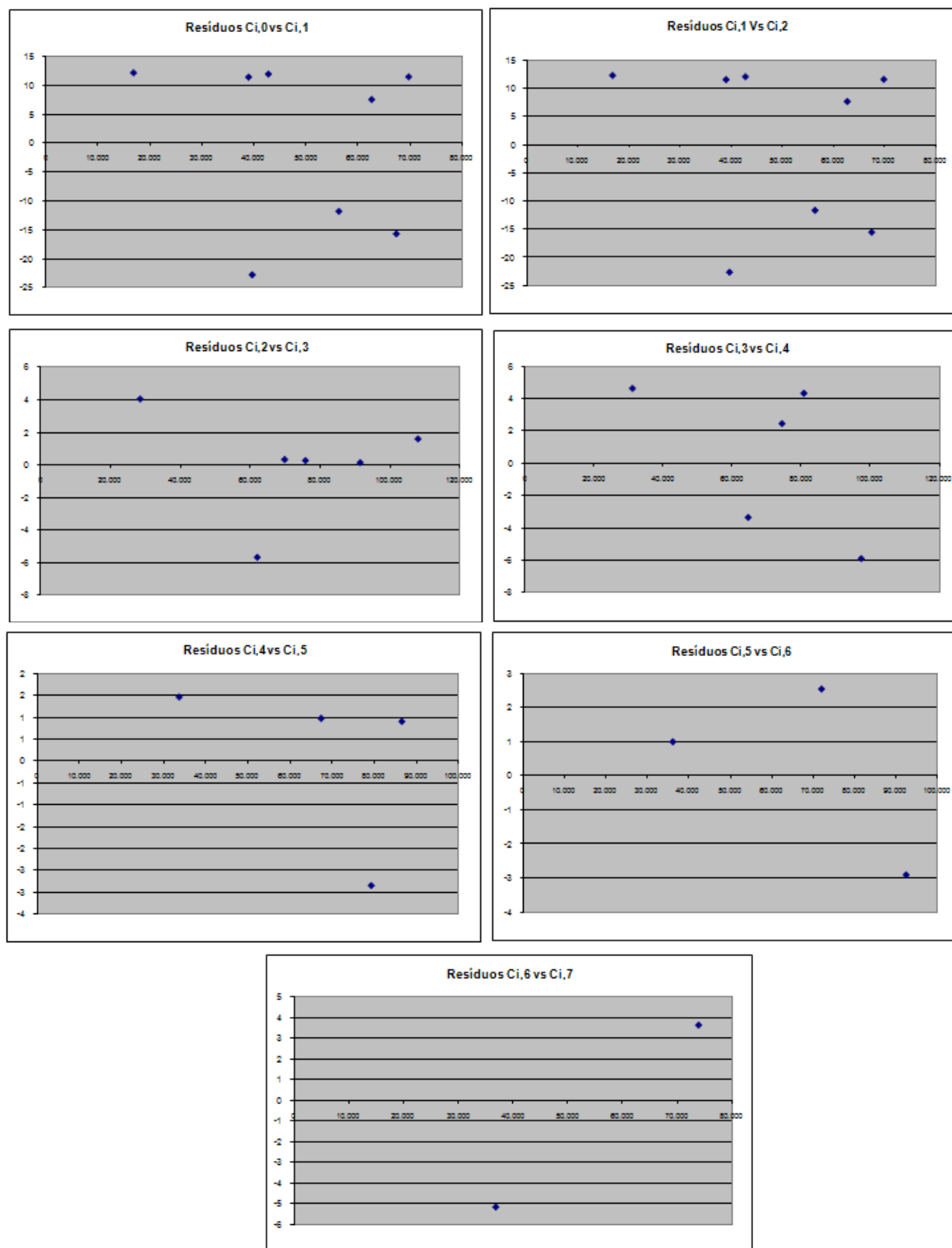


Figura 20 – Resíduos Ponderados

ANEXO D - Resíduos

As figuras que se seguem evidenciam a diferença entre os resíduos originais e os resíduos estandardizados, por ano de desenvolvimento.

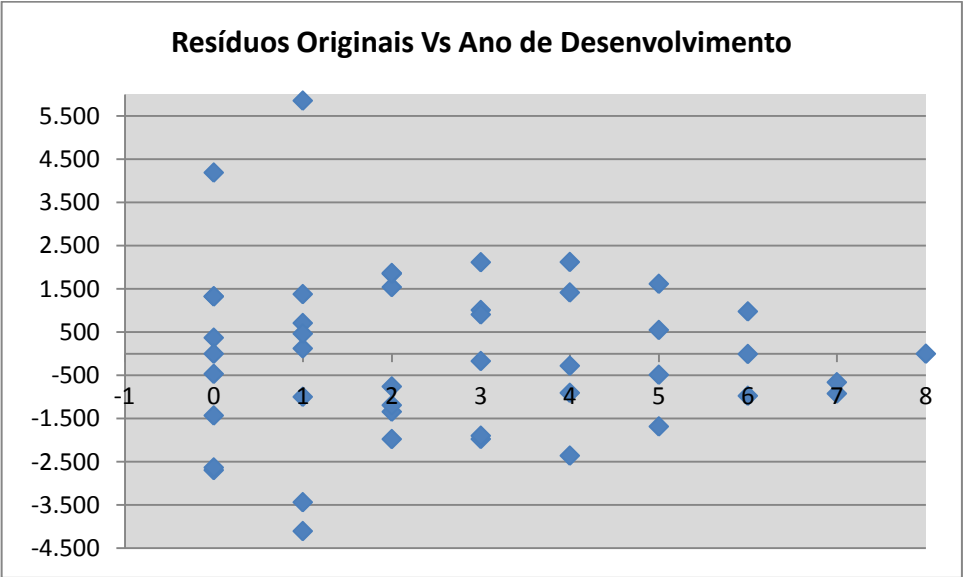


Figura 21 – Resíduos Originais por Ano de Desenvolvimento.

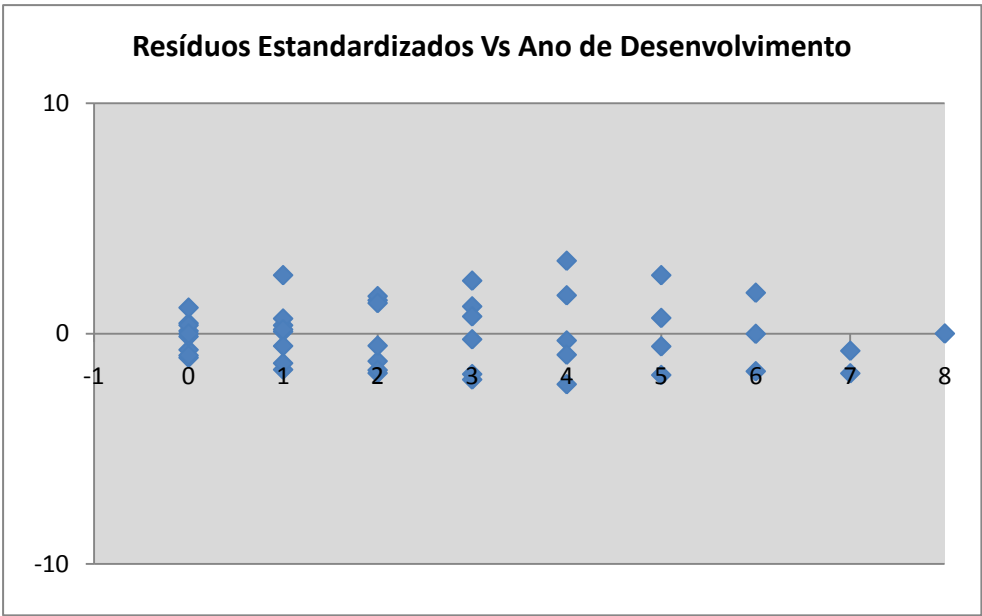


Figura 22 – Resíduos Estandarizados por Ano de Desenvolvimento.